

# MATHEMATIK

## Operatoren-Liste für den ESA / MSA für Schülerinnen und Schüler

### MIT ERKLÄRUNGEN UND AUFGABENBEISPIELEN

In einer Aufgabe in der Abschlussarbeit wird mit einem Verb gesagt, was du tun musst (zum Beispiel **überprüfe**, **bestimme**). Diese Verben nennt man **Operatoren**. In den Aufgaben in Heft 2 sind die **Operatoren** immer fett gedruckt.

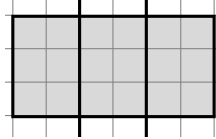
Diese **Operatoren** werden manchmal noch genauer beschrieben (zum Beispiel **überprüfe** *rechnerisch* oder **bestimme** *graphisch*).

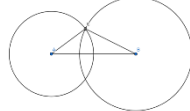
Du musst deinen Lösungsweg so darstellen, dass andere ihn gut verstehen können, also nachvollziehbar. Nur bei den Operatoren **nenne** und **gib an** musst du keinen Lösungsweg angeben.

Sehr selten werden auch andere Operatoren benutzt. Dann verstehst du direkt, was du tun sollst (zum Beispiel beschriften, darstellen). In der Tabelle sind die **Operatoren** mit Beispielen erklärt. So kannst du sehen, was du tun musst und wofür du Punkte bekommst.

Operator	Das musst du tun	Typische Aufgabe	Vorschlag für eine Lösung
angeben, nennen	Schreibe den Begriff oder die Daten auf, nach denen gefragt wird. Erkläre und begründe nichts und notiere keinen Lösungsweg.	<b>Gib</b> die Steigung und den y-Achsenabschnitt der Geraden zu $g(x) = 0,5 + 3x$ <b>an</b> .	$m = 3$ $b = 0,5$
begründen	Schreibe auf, warum etwas so ist. Benutze mathematische Regeln und Fachbegriffe.	<b>Begründe</b> , dass eine Raute auch ein Parallelogramm ist.	Eine Raute ist auch ein Parallelogramm, weil sich die Diagonalen halbieren.
berechnen	Rechne nach den Regeln und Verfahren und notiere den Rechenweg nachvollziehbar. Du darfst alle Möglichkeiten des Taschenrechners nutzen, wenn er als Hilfsmittel zugelassen ist.	Ein Würfel hat das Volumen $64 \text{ cm}^3$ . <b>Berechne</b> den Flächeninhalt der Grundfläche.	Berechnung der Seitenlänge $a$ : $V = a^3: a^3 = 64 \Rightarrow a = 4$ Berechnung der Grundfläche $G$ : $G = a^2: G = 4^2 \text{ cm}^2 \Leftrightarrow G = 16 \text{ cm}^2$

Operator	Das musst du tun	Typische Aufgabe	Vorschlag für eine Lösung
beschreiben	Schreibe auf, wie etwas aussieht oder wie ein Verfahren genutzt wird. Nutze dabei Fachsprache und ganze Sätze. <i>auch möglich: „Beschreibe in Stichworten.“</i>	<b>Beschreibe</b> , wie du den Flächeninhalt eines Rechtecks berechnest.	Ich bestimme, wie viele Einheitsquadrate nebeneinander in eine Reihe passen und multipliziere sie mit der Anzahl der Reihen.
bestimmen, ermitteln	Finde eine Lösung nach mathematischen Regeln und Verfahren. Du darfst alle Werkzeuge und Mittel nutzen. Du kannst den Taschenrechner benutzen, aus Diagrammen ablesen, Skizzen anfertigen, Abbildungen verwenden und so weiter. <i>(Die Kurzaufgaben musst du ohne Taschenrechner bearbeiten.)</i>	Tarif A hat einen Grundpreis von 3,50 € und kostet pro verbrauchter Einheit 0,15 €. In Tarif B zahlt man keinen Grundpreis, aber pro verbrauchter Einheit 0,25 €. <b>Bestimme</b> den Zeitpunkt, an dem die Kosten von Tarif A und B gleich sind.	Gleichsetzen und auflösen nach x: $0,15x + 3,5 = 0,25x \quad   -0,15x$ $\Leftrightarrow 3,5 = 0,1x \quad   \cdot 10$ $\Leftrightarrow 35 = x$ Bei 35 Einheiten sind A und B gleich. <i>oder</i> $0,15x + 3,5 = 0,25x$ mit Taschenrechner: $x = 35$ <i>oder</i> Ich habe die Geraden gezeichnet und die Schnittstelle $x = 35$ abgelesen.
beurteilen	Bilde dir eine Meinung und begründe sie schriftlich. Benutze Fachbegriffe und Regeln.	Begül meint, dass zwei Geraden immer genau einen Schnittpunkt haben oder gar keinen. <b>Beurteile</b> , ob sie recht hat.	Begül hat nicht recht. Zwei Geraden können alle Punkte gemeinsam haben, sie sind dann gleich.
beweisen, widerlegen	Schreibe auf, warum eine Aussage richtig bzw. falsch ist. Nutze dabei Fachsprache, logische Folgerungen ( $\Rightarrow$ ) oder Äquivalenz-Umformungen ( $\Leftrightarrow$ ). Wenn eine Aussage falsch ist, kannst du ein Gegenbeispiel nennen. <i>Führe Variablen ein, die du nutzt.</i>	<b>Beweise</b> , dass alle Zahlen, die durch 6 teilbar sind, auch durch 2 teilbar sind.	$z$ ist eine beliebige natürliche Zahl, $6 \mid a \Leftrightarrow 2 \cdot 3 \cdot z = a \Rightarrow 2 \mid a$ <i>oder</i> Weil 2 ein Teiler von 6 ist, ist 2 auch ein Teiler von jedem Vielfachen von 6.

Operator	Das musst du tun	Typische Aufgabe	Vorschlag für eine Lösung												
entscheiden	Es werden mehreren Möglichkeiten angeboten. Wähle eine aus. <i>Warum du dich so entschieden hast, musst du nur dann begründen, wenn danach gefragt ist.</i>	A: Nebenwinkel ergeben zusammen $90^\circ$ . B: Wechselwinkel sind gleich groß. <b>Entscheide</b> welche Aussage richtig ist.	Aussage B ist richtig.												
ergänzen, vervollständigen	Schreibe in die Lücken oder entwickle das Gegebene weiter.	<b>Ergänze</b> die Gleichung, so dass die Aussage richtig ist: $(-4) + 2(\square - 0, 5) = 0$	$(-4) + 2(2,5 - 0, 5) = 0$												
erläutern	Schreibe einen Text, in dem du das, was gefragt ist, nachvollziehbar und verständlich wiedergibst. Du darfst den Text mit zusätzlichen Informationen oder Beispielen anschaulicher machen.	<b>Erläutere</b> , was die Steigung für eine lineare Funktion bedeutet.	Die Steigung beschreibt, um wie viel Einheiten sich die y-Werte ändern, wenn ich die x-Stelle um eine Einheit erhöhe.												
erstellen	Schreibe eine mathematische Darstellung fachlich korrekt auf. Das kann eine Tabelle, ein Graph im Koordinatensystem, ein Term oder eine Gleichung sein. Oft steht in der Aufgabe, welche Form gewünscht ist.	Pro Los zahlt Pia $0,20$ €. Sie soll mindestens 4 Lose kaufen und hat nur 4 €. <b>Erstelle</b> eine Tabelle zu der Situation.	<table border="1"> <tr> <td>Anzahl Lose <math>n</math></td> <td>1</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>10</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>Preis in €</td> <td>0,2</td> <td>0,8</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>4</td> </tr> </table>	Anzahl Lose $n$	1	4	5	10	20	Preis in €	0,2	0,8	1	2	4
Anzahl Lose $n$	1	4	5	10	20										
Preis in €	0,2	0,8	1	2	4										
interpretieren	Ein reales Problem wurde in Mathematik übersetzt und mathematisch gelöst. Übersetze das Ergebnis zurück und schreibe auf, was es für das Problem bedeutet.	Pro Los zahlt Pia $0,20$ €. Sie hat nur 4 €. <b>Interpretiere</b> die Lösung: <table border="1"> <tr> <td><math>n</math></td> <td>1</td> <td>2</td> <td>5</td> <td>10</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>Preis in €</td> <td>0,2</td> <td>0,4</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>4</td> </tr> </table>	$n$	1	2	5	10	20	Preis in €	0,2	0,4	1	2	4	Pia kann höchstens 20 Lose kaufen.
$n$	1	2	5	10	20										
Preis in €	0,2	0,4	1	2	4										
skizzieren	Skizziere den Graphen oder die Figur so, dass wesentliche Eigenschaften gut zu erkennen sind. Du kannst ohne Lineal und Geodreieck skizzieren und musst den Maßstab nicht beachten.	Das Grundstück ist doppelt so lang wie breit. Es soll unter den drei Geschwistern gerecht aufgeteilt werden. <b>Skizziere</b> einen Lösungsvorschlag.													

Operator	Das musst du tun	Typische Aufgabe	Vorschlag für eine Lösung				
untersuchen, prüfen, überprüfen	Überlege, welche mathematischen Eigenschaften oder Aussagen gelten. Unterscheide verschiedene Fälle, wenn nötig.	Die Seiten eines Dreiecks sind $12\text{ m}$ , $20\text{ m}$ und $16\text{ m}$ lang. <b>Überprüfe</b> , ob das Dreieck rechtwinklig ist.	$12^2 + 16^2 = 20^2 \Leftrightarrow 144 + 256 = 400 \Rightarrow$ Dreieck muss rechtwinklig sein. Umkehrung des Satzes von Pythagoras				
vergleichen	Suche Gemeinsamkeiten, Ähnlichkeiten und Unterschiede und schreibe sie in einem Text oder einer Tabelle auf.	<b>Vergleiche</b> das Volumen und die Oberflächen bei einer quadratischen Pyramide und einem Kegel. Beide Körper haben eine gleichgroße Grundfläche und sind gleich hoch.	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Gemeinsamkeit</th> <th>Unterschied</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>gleichgroßes Volumen</td> <td>unterschiedlich große Mantelfläche und Oberfläche</td> </tr> </tbody> </table>	Gemeinsamkeit	Unterschied	gleichgroßes Volumen	unterschiedlich große Mantelfläche und Oberfläche
Gemeinsamkeit	Unterschied						
gleichgroßes Volumen	unterschiedlich große Mantelfläche und Oberfläche						
zeichnen, konstruieren	Zeichne ganz genau mit Geodreieck und Zirkel. Beachte gegebenenfalls den Maßstab.	Makkar baut ein Regal. Er will dreieckige Böden mit der Kantenlänge $30\text{ cm}$ , $40\text{ cm}$ und $60\text{ cm}$ herstellen. <b>Konstruiere</b> ein maßstabsgetreues Dreieck.	Planskizze  <p><math>a = 3\text{ cm}</math>, <math>b = 4\text{ cm}</math>, <math>c = 6\text{ cm}</math> nach dem Kongruenzsatz SSS. [Zeichnung nicht abgebildet.]</p>				
zeigen, nachweisen	Schreibe auf, warum eine Aussage richtig ist. Beachte logische Begründungen, Berechnungen oder bekannte Herleitungen. Dabei darfst du Teile deiner Argumentation aus der Formelsammlung verwenden und den Taschenrechner nutzen.	Idina behauptet, dass das Volumen einer Pyramide mit quadratischer Grundfläche sich vervierfacht, wenn man die Kantenlänge verdoppelt. <b>Zeige</b> , dass Idinas Behauptung korrekt ist.	$V_{2a} = \frac{1}{3} (2a)^2 h$ $\Leftrightarrow V_{2a} = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot a^2 h$ $\Leftrightarrow V_{2a} = 4V_a$				
zuordnen	Überlege, welche Teile einer Menge zu denen einer anderen Menge gehören und schreibe dies auf oder verbinde die Teile mit Pfeilen.	<b>Ordne</b> die Anzahl der Nullstellen den passenden Funktionen zu. $f(x) = 3(x - 2)^2 + 4$ 2 $g(x) = 0,5(x + 1)^2$ 1 $h(x) = -2x^2 + 1$ 0	