

## Liebe Schülerin, lieber Schüler!

Die Arbeit besteht aus zwei Heften. Dies ist **Heft 2**.

### **Heft 1 Kurzformaufgaben**

Diese Aufgaben sind ohne Taschenrechner in maximal 45 Minuten zu lösen. Die Formelsammlung und deine Zeichengeräte darfst du benutzen.

Du bearbeitest die Aufgaben in dem Heft.

Wenn du bei einer Aufgabe einmal etwas falsch angekreuzt hast, solltest du das Kreuz völlig durchstreichen.

Es kann Aufgaben geben, bei denen mehrere Antworten möglich sind. Die Punkte am Rand geben dir Hinweise.

### **Heft 2 Komplexaufgaben**

Heft 2 enthält 4 Komplexaufgaben, die alle bearbeitet werden müssen.

Jede Komplexaufgabe hat einen Wahlteil. Du musst nur **2 Wahlteile** bearbeiten, die Wahlteile der anderen beiden Komplexaufgaben musst du nicht bearbeiten.

Die Bearbeitung der Aufgaben erfolgt auf dem bereitliegenden, gestempelten Papier. Es kann Aufgaben geben, bei denen du aufgefordert wirst, direkt in das Prüfungsheft zu schreiben.

Den Taschenrechner, die Formelsammlung und deine Zeichengeräte darfst du benutzen.

### **ACHTUNG !**

In beiden Teilen wechseln sich leichtere und schwierigere Aufgaben ab. So kommt oft nach einer schwierigen Aufgabe eine leichtere. Wenn du eine Aufgabe nicht lösen kannst, versuche erst einmal die nächsten zu bearbeiten.

Nutze deine Lesezeit!

Du darfst in der Lesezeit einen Stift zum Markieren benutzen.

Lesezeit: 30 Minuten

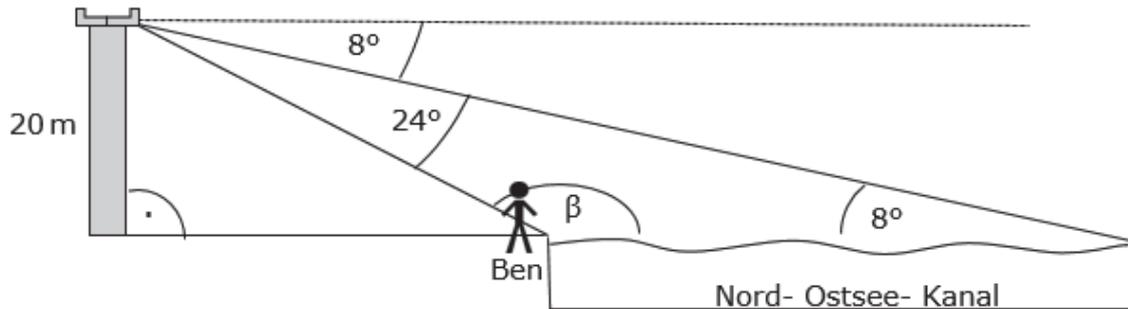
Bearbeitungszeit: insgesamt 135 Minuten, davon höchstens  
45 Minuten für die Kurzformaufgaben

**Bitte schreibe deinen Namen auf beide Aufgabenhefte!**

**Viel Erfolg!**

**B1: Trigonometrie****Nord-Ostsee-Kanal**

- (1) Jasper steht auf einem 20 m hohen Aussichtsturm und blickt auf den Nord-Ostsee-Kanal. Mit einem digitalen Winkelmessgerät misst er einige Winkel. Am vorderen Ufer steht sein Freund Ben (siehe Skizze). Die Skizze ist nicht maßstabsgetreu.



- a) **Gib** die Größe des Winkels  $\beta$  an.

..... /1 P.

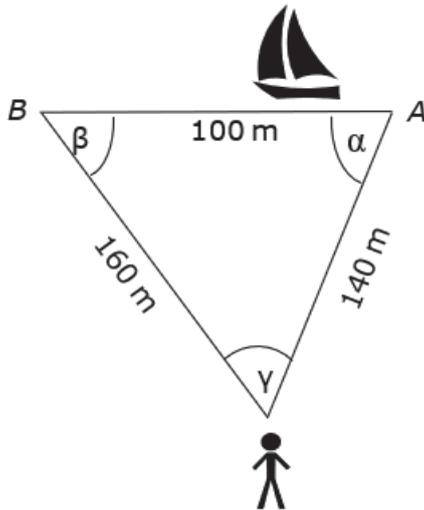
- b) **Zeige**, dass Ben etwa 32 m vom Turm entfernt steht.

..... /2 P.

- c) **Berechne** die ungefähre Breite des Nord-Ostsee-Kanals.

..... /3 P.

(2) Ein Schiff benötigt für die Strecke von  $A$  nach  $B$  25 Sekunden.



$1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/h}$

a) **Berechne** die Geschwindigkeit des Schiffes in km/h.

..... /2 P.

b) Jasper möchte die Größe des Winkels  $\alpha$  bestimmen.

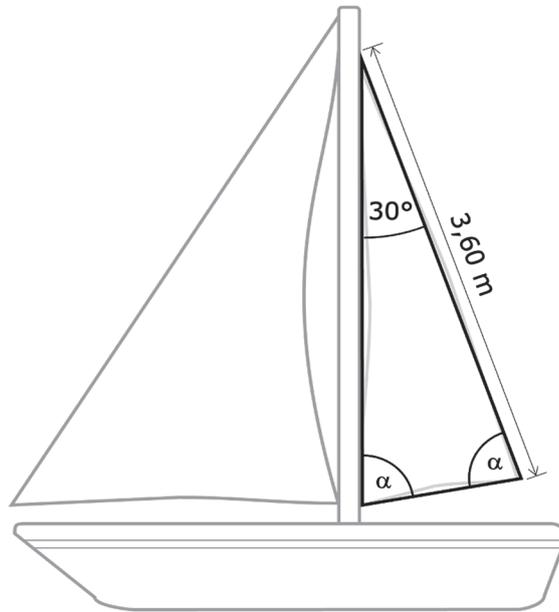
**Benenne** den mathematischen Satz, den Jasper hierfür benötigt.

..... /1 P.

## Wahlteil zu B1

Du musst zwei der vier Wahlteile bearbeiten.

- (3) Das Segel eines Segelschiffes hat annähernd die Form eines gleichschenkligen Dreiecks (siehe Skizze).



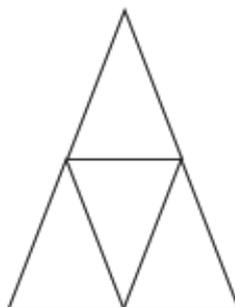
- a) **Gib** die Größe des Winkels  $\alpha$  **an**.

..... /1 P.

- b) **Berechne** den Flächeninhalt des Segels in  $\text{m}^2$ .

..... /3 P.

- c) Jasper möchte nachweisen, dass sich bei einer Verdopplung der Seitenlängen der Flächeninhalt des Dreiecks vervierfacht. Dafür fertigt er folgende Skizze an:

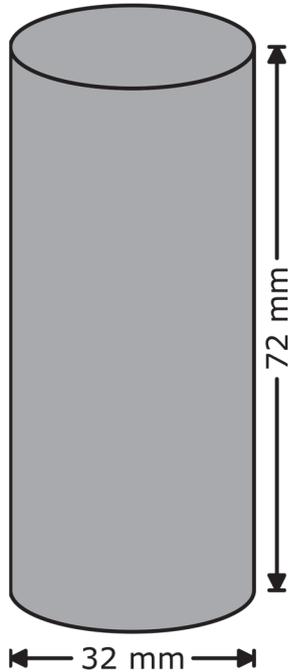


**Erkläre**, warum Jasper das mit der Skizze zeigt.

..... /2 P.

## B2: Stereometrie      zylinderförmige Knetmasse

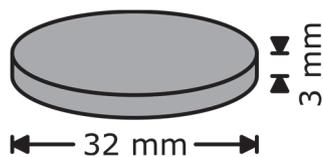
Eine Schulklasse arbeitet im Mathematik-Unterricht mit Knetmasse. Jede Schülerin und jeder Schüler bekommt ein zylinderförmiges Stück.



(1) **Berechne** das Volumen dieses Zylinders in  $\text{mm}^3$ .

..... /3 P.

(2) **a)** Ein Schüler schneidet seine Knetmasse in Scheiben:



**Nenne** den Namen des entstandenen Körpers.

..... /1 P.

**b)** **Gib an**, wie viele dieser Scheiben er herstellen kann.

..... /1 P.

- (3) Eine Schülerin möchte aus ihrer Knetmasse eine Kugel mit einem Radius  $r = 24$  mm formen.

**Zeige**, dass ihr Material dafür ausreicht.

*Wenn du das Volumen des Zylinders nicht bestimmen konntest, verwende  $V = 58\,000$  mm<sup>3</sup>.*

..... /3 P.

- (4) Eine Gruppe von Schülerinnen und Schülern möchte gemeinsam aus ihren Zylindern einen größeren Zylinder formen. Er soll den dreifachen Radius haben; die Körperhöhe bleibt gleich.

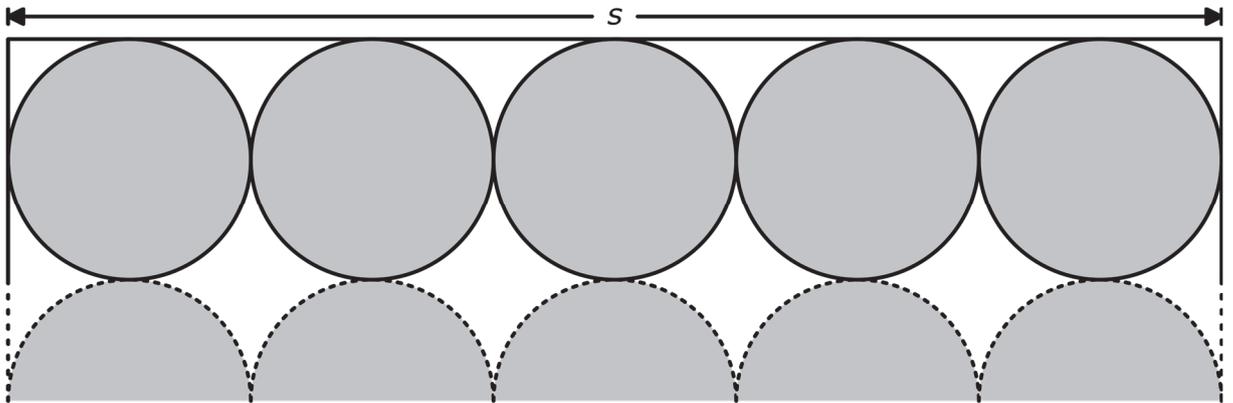
**Gib an**, wie viele Stücke gebraucht werden.

..... /1 P.

## Wahlteil zu B2

Du musst zwei der vier Wahlteile bearbeiten.

- (5) Die Knetmasse-Zylinder sollen in einer Schachtel gelagert werden. Von oben betrachtet sieht die Schachtel so aus:



- a) **Gib** die Breite  $s$  der Schachtel **an**.

..... /1 P.

- b) Ohne Deckel wird für die Schachtel Material mit einer Fläche von  $716,8 \text{ cm}^2$  verbraucht.

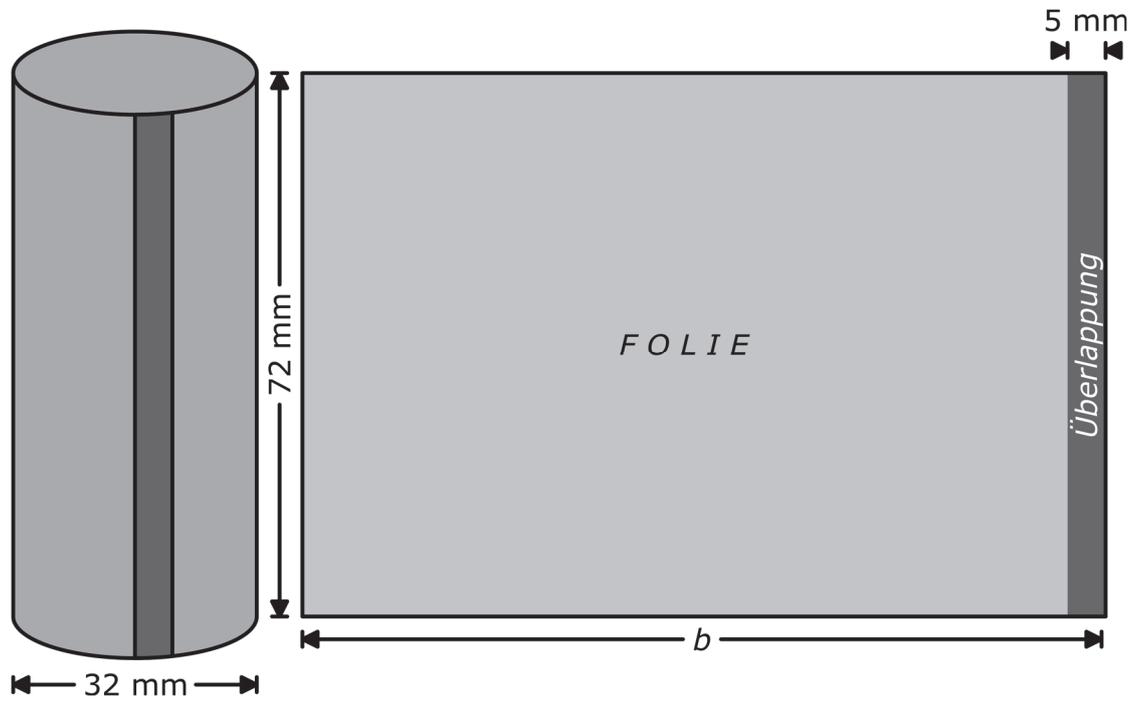
Die Schachtel soll nun einen Deckel erhalten. Die Fläche des nötigen Materials erhöht sich dadurch auf  $972,8 \text{ cm}^2$ .

**Berechne**, um wieviel Prozent der Materialbedarf steigt.

..... /2 P.

- c) Damit die Zylinder in der Schachtel nicht aneinanderkleben, werden sie mit rechteckig zugeschnittener Folie umwickelt.

Die Folie überlappt sich um 5 mm.

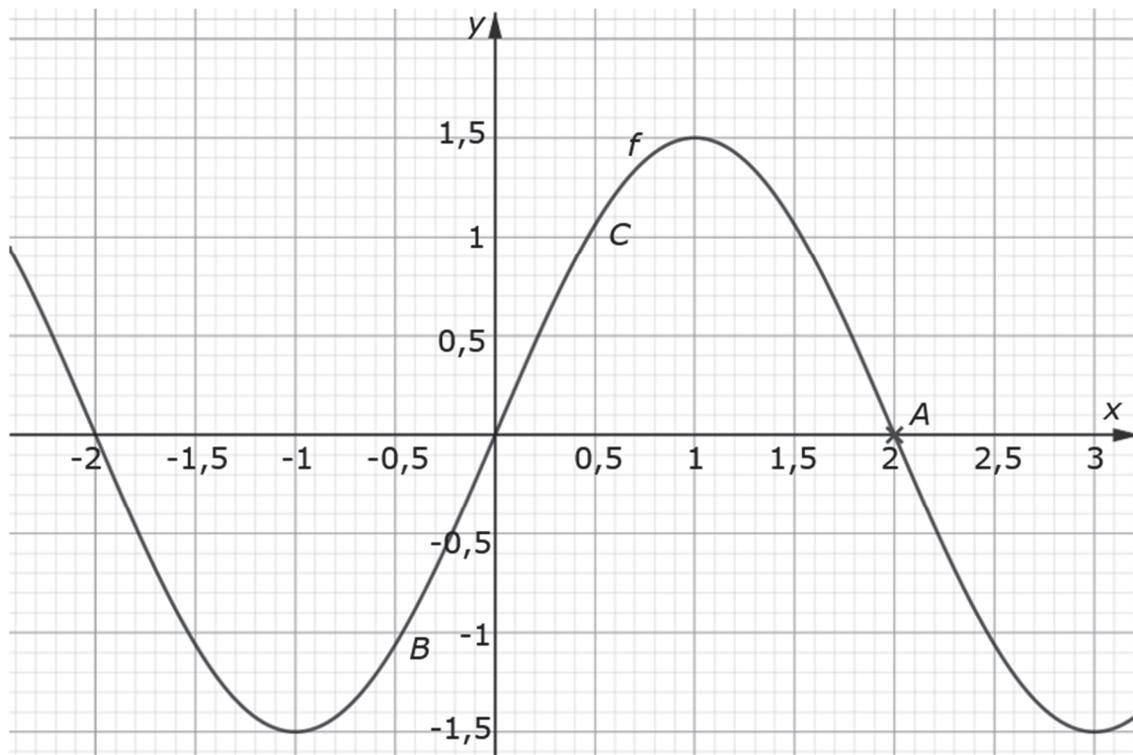


**Berechne** den Flächeninhalt eines Folienstücks in  $\text{mm}^2$ .

..... /3 P.

**B3: Funktionen****Welle**

Johanna hat auf dem Tablet eine Kurve in einer Mathesoftware skizziert. Das Programm erkennt in Johannas Skizze eine Funktion und hat den abgebildeten Funktionsgraphen  $f$  daraus erstellt. Die zugehörige Funktionsgleichung ist ihr zu kompliziert. Daher versucht Johanna die Kurve abschnittsweise mit ihr bekannten Funktionen anzunähern.



(1) a) **Gib** die Anzahl der Nullstellen von  $f$  im abgebildeten Bereich **an**.

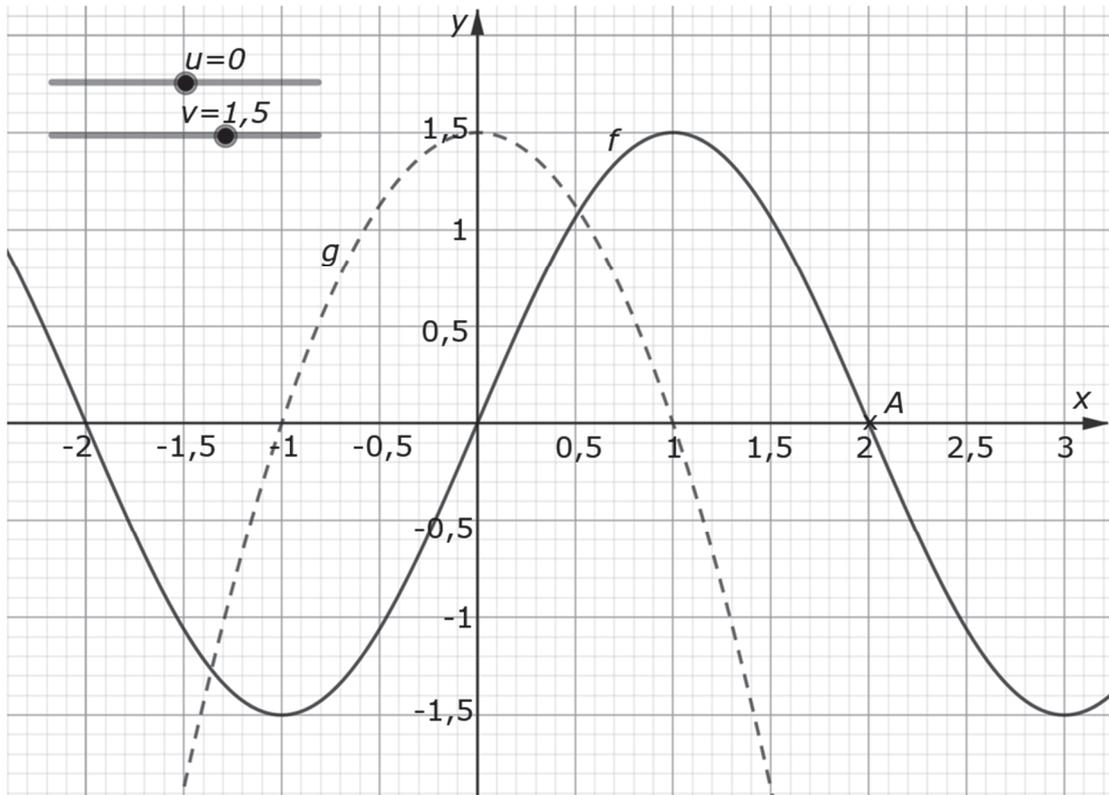
..... /1 P.

b) Zwischen dem Koordinatenursprung  $(0|0)$  und dem Punkt  $A(2|0)$  soll der Graph von  $f$  mit einer Parabel angenähert werden.

**Gib** den Scheitelpunkt einer geeigneten Parabel **an**.

..... /1 P.

- (2) Johanna gibt die Funktionsgleichung  $g(x) = -1,5(x - u)^2 + v$  in die Software ein. Um die zugehörige Parabel  $g$  zu verschieben, kann Johanna mit einem Schieberegler für  $u$  und  $v$  verschiedene Werte zwischen  $-5$  und  $5$  einstellen.



- a) **Beschreibe**, wie sich die Position der Parabel  $g$  verändert, wenn am Schieberegler für  $v$  ein kleinerer Wert eingestellt wird.

..... /1 P.

- b) Johanna möchte, dass sich die Parabel  $g$  im Bereich zwischen dem Koordinatenursprung und dem Punkt  $A$  möglichst gut dem Graphen von  $f$  annähert.

**Gib** einen passenden Wert **an**, den Johanna am Schieberegler für  $u$  einstellen kann.

..... /1 P.

- c) Aus der Scheitelpunktform erhält Johanna die Funktion  $i$  mit der Funktionsgleichung  $i(x) = -1,5x^2 + 3x$

Die Funktion  $f$  hat zwei ihrer Nullstellen bei  $x_1 = 0$  und  $x_2 = 2$ .

**Zeige**, dass die Funktion  $i$  diese Nullstellen auch hat.

..... /3 P.

- d)** Johanna probiert verschiedene Werte für  $u$  und  $v$  aus. Es gelingt ihr aber nicht, die Funktion  $f$  im Bereich zwischen dem Punkt  $(-2|0)$  und dem Koordinatenursprung anzunähern.

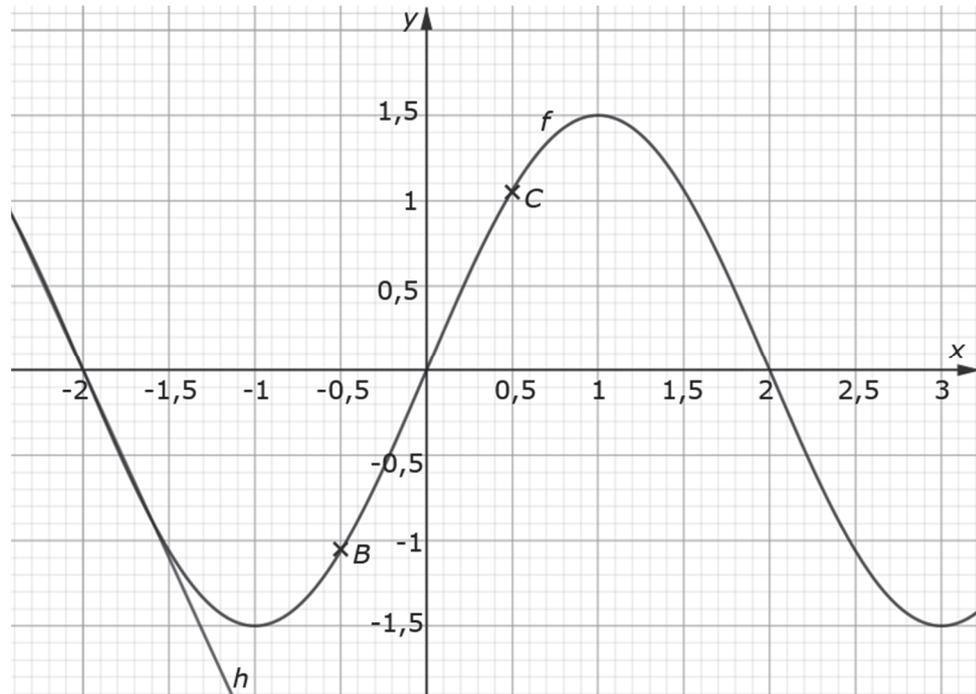
**Begründe**, warum es ihr nicht gelingen kann.

..... /2 P.

## Wahlteil zu B3

Du musst zwei der vier Wahlteile bearbeiten.

(3) Johanna nähert Abschnitte der Kurve mit Geraden an.



- a) Eine Gerade  $h$  soll im Bereich um den Punkt  $(-2|0)$  den Graphen von  $f$  möglichst gut annähern. Eine der folgenden Geradengleichungen erfüllt diese Bedingung.

**Kreuze an.**

- $h_1 = -2,2x + 4,4$
- $h_2 = -2,2x - 4,4$
- $h_3 = 2,2x - 4,4$

..... /1 P.

- b) Johanna lässt sich mit der Software die Koordinaten zweier Punkte  $B(-0,5|-1,05)$  und  $C(0,5|1,05)$  auf der Kurve anzeigen (siehe Abbildung).

**Bestimme** die Gleichung der Geraden  $k$ , die durch die Punkte  $B$  und  $C$  verläuft.

..... /3 P.

- c) Johanna betrachtet den Verlauf des Graphen von  $f$ . Sie überlegt, ob es anstatt der Geraden auch eine Exponentialfunktion gibt, die durch die Punkte  $B(-0,5|-1,05)$  und  $C(0,5|1,05)$  verläuft. Sie wählt dafür die Funktion  $e$  mit der Funktionsgleichung  $e(x) = \frac{21}{40} \cdot 4^x$ .

**Überprüfe** jeweils, ob die Punkte  $B$  und  $C$  auf dem Graphen von  $e$  liegen.

..... /2 P.

**B4: Statistik und Wahrscheinlichkeit****Playlist**

Emre hat sich auf dem Handy eine Playlist aus 12 Liedern zusammengestellt. Er hat die SHUFFLE-Funktion für eine zufällige Wiedergabe der Lieder eingestellt.

- 
- 1 Ahead
  - 2 Bee you
  - 3 Come on
  - 4 Do it
  - 5 Everyday
  - 6 Finally
  - 7 Go
  - 8 Hello
  - 9 I´m happy
  - 10 Jetlag
  - 11 Kim
  - 12 Lou

- (1) Gestern hat Emre als erstes und zweites Lied *Come on* gehört.

**Bestimme** die Wahrscheinlichkeit dafür, dass *Come on* zufällig als erstes und gleich danach noch einmal als zweites Lied gespielt wird.

..... /2 P.

- (2) Auf seinem Schulweg hört Emre immer vier Lieder. Dabei startet er niemals mitten in einem Lied, sondern lässt sein Handy zum Anfang eines Liedes springen.

a) **Gib** einen Term **an**, mit dem die Anzahl aller möglichen Kombinationen von vier aufeinander folgenden Liedern berechnet werden kann. Wiederholungen von Liedern sind erlaubt.

..... /1 P.

b) **Beschreibe** ein Zufallsexperiment, mit dem die zufällige Wiedergabe einer Abfolge von vier Liedern aus Emres Playlist modelliert werden kann.

..... /2 P.

- (3) Häufig kommt bei den vier Liedern auf Emres Schulweg ein Lied doppelt vor. Emre wundert sich darüber und simuliert das Zufallsexperiment „zufällige Wiedergabe“ mit einer Tabellenkalkulation:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I					
1	Zufällig ausgewählte Liednummern:			8	10	2	2							
2														
3	Nummer des Liedes	Lieder aus der Playlist												
4	1	AHEAD	0											
5	2	BEE YOU	2											
6	3	COME ON	0											
7	4	DO IT	0											
8	5	EVERYDAY	0											
9	6	FINALLY	0											
10	7	GO	0											
11	8	HELLO	1											
12	9	I'M HAPPY	0											
13	10	JETLAG	1											
14	11	KIM	0											
15	12	LOU	0											
16	Summe:		4											
17														

Das Tabellenkalkulationsprogramm erzeugt ganzzahlige Zufallszahlen im Bereich von 1 bis 12. Die vier erzeugten Zufallszahlen stehen in den Zellen D1 bis G1.

- a) In Zelle C5 steht:

=ZÄHLENWENN(D1:G1;A5)

**Beschreibe** die Bedeutung der ausgegebenen Zahl in Zelle C5 im Sachzusammenhang.

..... /1 P.

- b) In Zelle C16 hat Emre folgende Formel eingegeben:

=SUMME(C4:C15)

**Begründe**, dass in Zelle C16 immer der Wert 4 angezeigt wird, auch wenn sich die zufällige Liedauswahl in Zeile 1 ändert.

..... /1 P.

- c) Emre lässt in den Zellen *D1* bis *G1* der Tabelle 10-mal die Zufallszahlen neu ausgegeben. Dabei kam 3-mal ein Lied doppelt vor.

**Entscheide** jeweils durch Ankreuzen, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

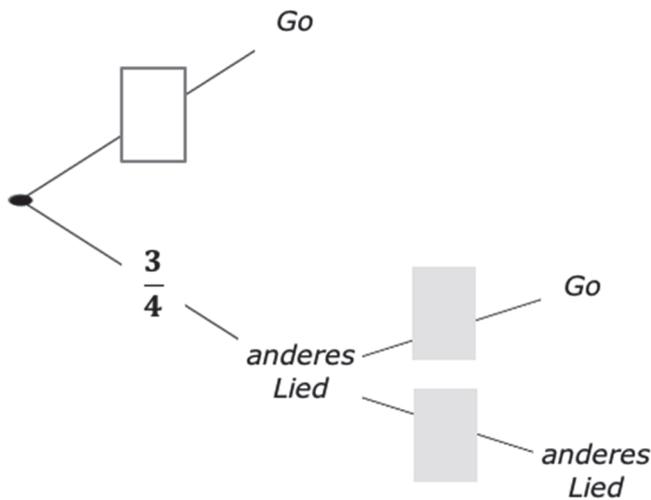
	<b>wahr</b>	<b>falsch</b>
Die Simulation hat gezeigt, dass die Wahrscheinlichkeit für ein doppelt gespieltes Lied $\frac{3}{10}$ beträgt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Es kann sein, dass bei den nächsten 10 Durchführungen der Simulation 7-mal ein Lied doppelt gespielt wird.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

..... /2 P.

## Wahlteil zu B4

Du musst zwei der vier Wahlteile bearbeiten.

- (4) Emre verändert seine Einstellung im Handy: Alle 12 Lieder der Playlist werden in zufälliger Reihenfolge ohne Wiederholung abgespielt. Auf dem nächsten Schulweg fehlen noch genau vier Lieder der Playlist. Eines der vier Lieder ist *Go*. Für die Abfolge der fehlenden vier Lieder beginnt Emre, ein Baumdiagramm zu zeichnen:



- a) **Trage** in den weißen Kasten die fehlende Wahrscheinlichkeit **ein**.

..... /1 P.

- b) **Gib** die Bedeutung der Wahrscheinlichkeit in dem weißen Kasten im Sachzusammenhang **an**.

..... /1 P.

- c) Emre überlegt: „Wenn an einem Pfad des Baumdiagramms *Go* steht, dann ist es unnötig, diesen Pfad noch weiter zu zeichnen.“

**Beurteile** Emres Überlegung.

..... /2 P.

- d) **Bestimme** die Wahrscheinlichkeit dafür, dass *Go* als zweites Lied gespielt wird.

..... /2 P.

**Bewertungsübersicht**

	max. Punkte	erreichte Punkte
Heft 1	32	
Heft 2: B1	9	
Wahlteil ja <input type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/>	6	
Heft 2: B2	9	
Wahlteil ja <input type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/>	6	
Heft 2: B3	9	
Wahlteil ja <input type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/>	6	
Heft 2: B4	9	
Wahlteil ja <input type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/>	6	
Gesamtpunktzahl	80	

**Bewertungsschlüssel MSA**

Punkte	Prozente	Mittlerer Schulabschluss (Note)
72 - 80	≥90	1
60 - 71	≥75	2
48 - 59	≥60	3
36 - 47	≥45	4
18 - 35	≥22	5
17 - 0	<22	6



