Schleswig-Holstein
Der echte Norden

SH

Schleswig-Holstein
Ministerium für Allgemeine und Berufliche Bildung, Wissenschaft, Forschung und Kultur

Zentrale Abschlussarbeit 2023

Mathematik Heft 2

Mittlerer Schulabschluss

Herausgeber
Ministerium für Allgemeine und Berufliche Bildung, Wissenschaft, Forschung und Kultur des Landes Schleswig-Holstein
Brunswiker Straße 16-22, 24105 Kiel

Aufgabenentwicklung
Ministerium für Allgemeine und Berufliche Bildung, Wissenschaft, Forschung und Kultur des Landes Schleswig-Holstein
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
Fachkommissionen für die Zentralen Abschlussarbeiten in der Sekundarstufe I

Umsetzung und Begleitung
Ministerium für Allgemeine und Berufliche Bildung, Wissenschaft, Forschung und Kultur des Landes Schleswig-Holstein
zab1@bildungsdienste.landsh.de

Liebe Schülerin, lieber Schüler!

Die Arbeit besteht aus zwei Heften. Dies ist **Heft 2**.

Heft 1 Kurzformaufgaben

Diese Aufgaben sind ohne Taschenrechner in maximal 60 Minuten zu lösen. Die Formelsammlung und deine Zeichengeräte darfst du benutzen.

Du bearbeitest die Aufgaben in dem Heft.

Wenn du bei einer Aufgabe einmal etwas falsch angekreuzt hast, solltest du das Kreuz völlig durchstreichen.

Es kann Aufgaben geben, bei denen mehrere Antworten möglich sind. Die Punkte am Rand geben dir Hinweise.

Heft 2 Komplexaufgaben

Heft 2 enthält 4 Komplexaufgaben, die alle bearbeitet werden müssen.

Jede Komplexaufgabe hat einen Wahlteil. Du musst nur **2 Wahlteile** bearbeiten, die Wahlteile der anderen beiden Komplexaufgaben musst du nicht bearbeiten.

Die Bearbeitung der Aufgaben erfolgt auf dem bereitliegenden, gestempelten Papier. Es kann Aufgaben geben, bei denen du aufgefordert wirst, direkt in das Prüfungsheft zu schreiben.

Den Taschenrechner, die Formelsammlung und deine Zeichengeräte darfst du benutzen.

ACHTUNG !

In beiden Teilen wechseln sich leichtere und schwierigere Aufgaben ab. So kommt oft nach einer schwierigen Aufgabe eine leichtere. Wenn du eine Aufgabe nicht lösen kannst, versuche erst einmal die nächsten zu bearbeiten.

Nutze deine Lesezeit!
Du darfst in der Lesezeit einen Stift zum Markieren benutzen.

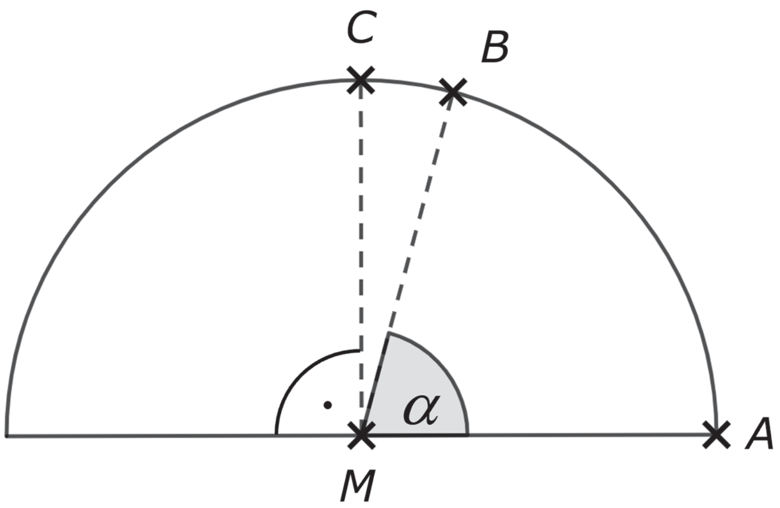
Lesezeit:	30 Minuten
Bearbeitungszeit:	insgesamt 165 Minuten, davon höchstens 60 Minuten für die Kurzformaufgaben

Bitte schreibe deinen Namen auf beide Aufgabenhefte!

Viel Erfolg!

B1: Trigonometrie — Halbkreis

André untersucht mithilfe einer Geometriesoftware Punkte auf einem Halbkreis mit dem Radius 5 cm um den Mittelpunkt *M*. Die Punkte *A*, *B* und *C* lassen sich auf der Kreislinie verschieben.



(1) André untersucht die Abstände der Punkte *A*, *B* und *C* zueinander.

a) **Berechne** den Abstand der Punkte *C* und *B* in Zentimetern für $\alpha = 75°$.

/3 P.

b) Der Abstand *a* der Punkte *A* und *C* zueinander ist $a = \sqrt{2} \cdot 5\text{ cm}$.

Zeige, dass das stimmt.

/2 P.

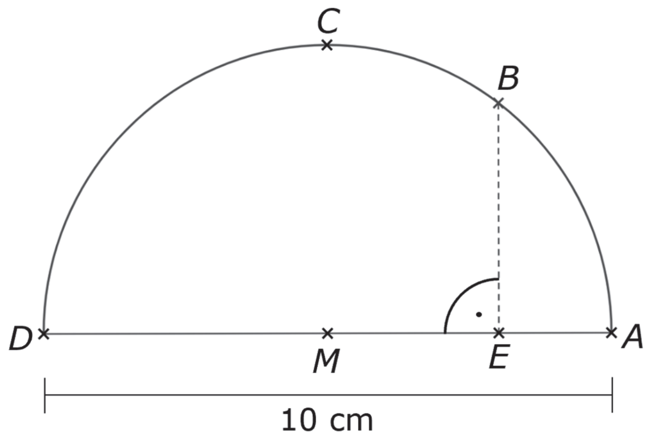
c) André verschiebt den Punkt *B* so, dass *A* und *B* den Abstand 5 cm voneinander haben.

Gib die Größe des Winkels α **an**.

/1 P.

(2) André verschiebt den Punkt *B* so, dass der Punkt *E* den Durchmesser des Halbkreises im Verhältnis 8:2 teilt.

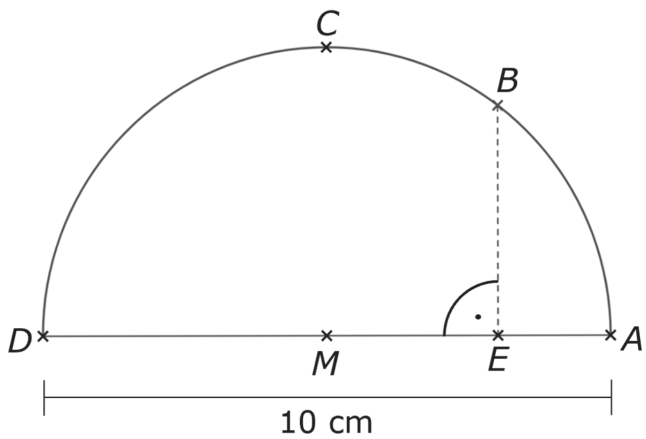
a) André nutzt den Höhensatz zur Berechnung des Abstands der Punkte *B* und *E*.



Berechne den Abstand der Punkte *B* und *E* mithilfe des Höhensatzes.

/2 P.

b) Mila rechnet lieber mit dem Satz des Pythagoras.



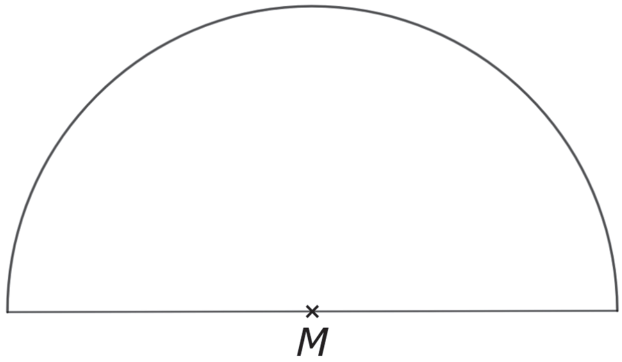
Zeichne das Dreieck **ein**, mit dem Mila den Abstand der Punkte *B* und *E* berechnen kann.

/1 P.

Wahlteil zu B1

Du musst zwei der vier Wahlteile bearbeiten.

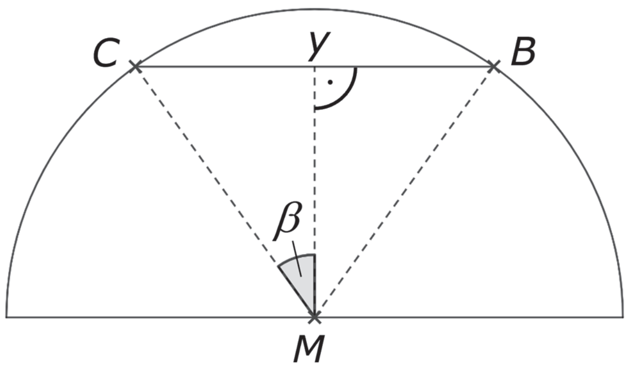
(3) André will die Punkte so auf der Kreislinie verschieben, dass sowohl der Punkt *A* als auch der Punkt *C* vom Punkt *B* den Abstand 5 cm hat.



Zeichne den Sachverhalt in der Abbildung.

/2 P.

(4) André untersucht, wie sich der Winkel β ändert, wenn sich der Abstand zwischen den Punkten *B* und *C* verändert.



André sagt: „Zur Untersuchung kann ich die Gleichung $\sin(\beta) = \frac{0{,}5y}{5}$ nutzen."

a) **Entscheide** und **begründe**, ob André recht hat.

/3 P.

b) André erhält bei seiner Untersuchung das Ergebnis $\sin(\beta) = 1$.

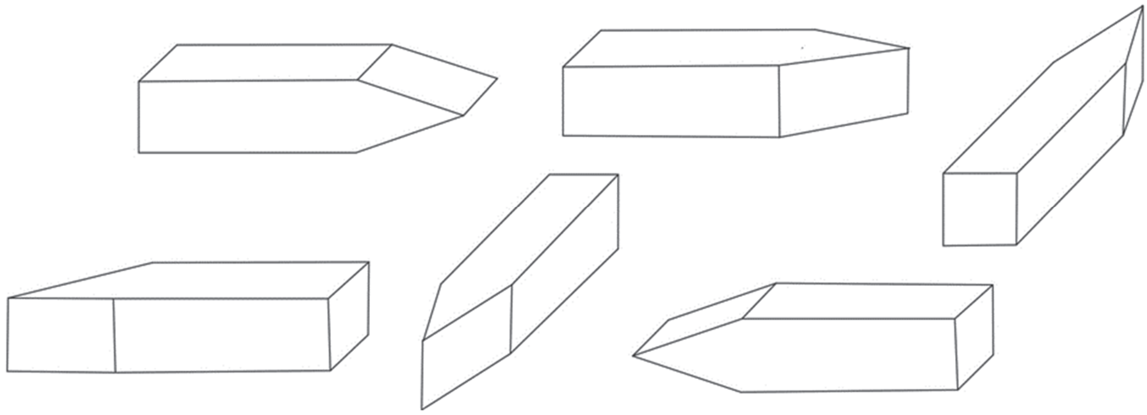
Stelle die Bedeutung dieses Wertes für die Punkte *B* und *C* **dar**.

/1 P.

B2: Stereometrie — Hammer

Hämmer gibt es in verschiedenen Ausführungen. Hier ist ein sogenannter Schlosserhammer abgebildet.

(1) Die folgende Abbildung zeigt verschiedene Schrägbilder des Hammerkopfs.



a) Eines der Schrägbilder hat einen Fehler.

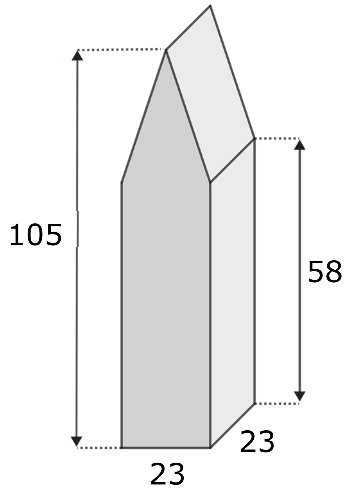
Markiere diesen Fehler.

/1 P.

b) **Skizziere** in zwei richtigen Schrägbildern jeweils die Öffnung für den Stiel.

/1 P.

(2)



Alle Angaben in mm;
die Abbildung ist nicht maßstabsgerecht.

a) **Berechne** das Volumen des abgebildeten Hammerkopfs, ohne die Öffnung für den Stiel zu beachten.

/3 P.

b) Thilo möchte überprüfen, ob der Hammerkopf wirklich aus Stahl besteht. Er berechnet die Dichte ρ mit der Formel:

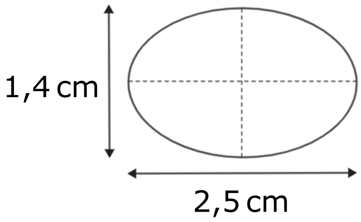
$$m = V \cdot \rho$$

Beim Volumen *V* beachtet er die Öffnung für den Stiel nicht und erhält deshalb ein falsches Ergebnis.

Entscheide, ob Thilos Ergebnis für die Dichte zu groß oder zu klein ist und **begründe** deine Meinung.

/2 P.

c) Die Öffnung für den Stiel ist nicht kreisrund.



Die Abbildung ist nicht maßstabsgerecht.

Zeige, dass der Flächeninhalt der abgebildeten Öffnung zwischen $1{,}5\,\text{cm}^2$ und $3{,}5\,\text{cm}^2$ liegen muss.

/2 P.

Wahlteil zu B2

Du musst zwei der vier Wahlteile bearbeiten.

(3) Bei einem Schonhammer hat der Hammerkopf die Form eines Zylinders. Er ist mit kleinen Stahlkugeln gefüllt (siehe Skizze). Thilo möchte die Anzahl der Kugeln in diesem Schonhammer abschätzen.

Thilos Hammer:

Durchmesser des Hammerkopfs: 3 cm

Skizze:

a) **Zeige** durch eine Rechnung, dass der Hohlraum in diesem Schonhammer größer ist als 49 cm^3.

/2 P.

b) Das Volumen der Kugeln nimmt nur etwa 70 % des Hohlraums ein. Jede Kugel hat ein Volumen von 14,1 mm^3.

Untersuche, ob der Hohlraum im Hammerkopf groß genug für 2 000 Kugeln ist.

/4 P.

B3: Funktionen Tee & Kaffee

Die Phänomento-AG stellt Beispiele zusammen, wie man mit Mathematik und Naturwissenschaften alltägliche Dinge versteht. In diesem Halbjahr untersucht ein Team die Temperaturabnahme von Kaffee und Tee bei Raumtemperatur.

(1) Ela und Ben beschreiben das Abkühlen von Tee mit folgender Funktionsgleichung, die der vergangenen Zeit x in Minuten die Temperatur $t(x)$ zuordnet:

$$t(x) = 90 \cdot 0{,}7^x$$

a) **Gib** die Temperatur des Tees in °C nach 2 min **an**.

/1 P.

b) **Bestimme,** nach wie vielen Minuten der Tee die Raumtemperatur von 18 °C erreichen müsste.

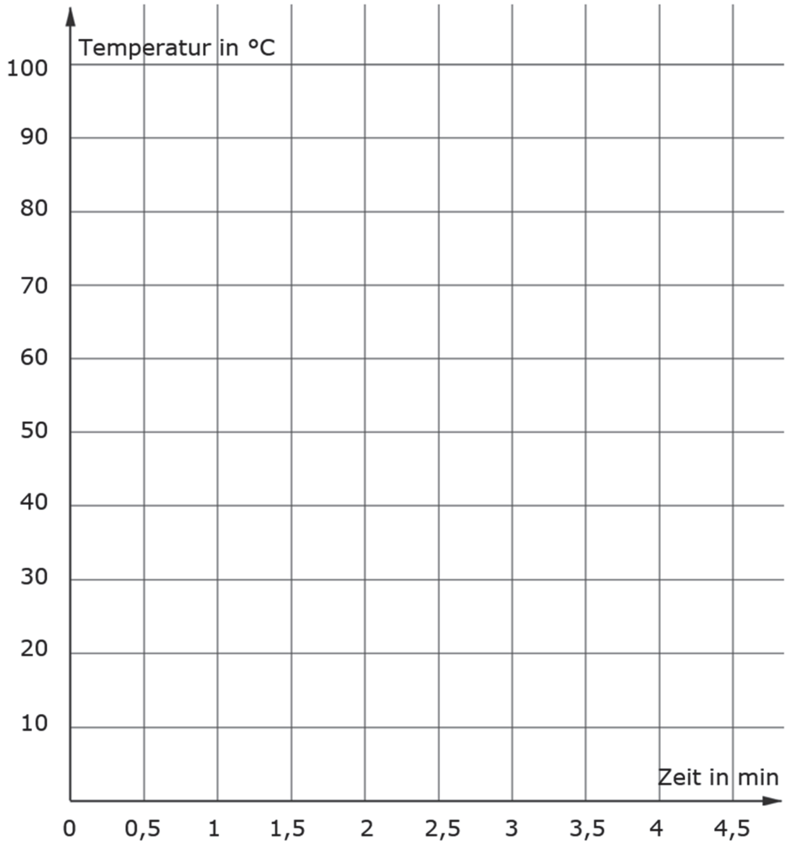
/2 P.

c) Sanni fragt: „Wie lange dauert es, bis der Tee auf 0 °C abgekühlt ist?“
Ari entgegnet: „Das kann doch hier gar nicht passieren.“

Beurteile Aris Aussage.

/1 P.

d) **Skizziere** den Graphen, der den Zusammenhang nach der Modellierung dieser Gruppe darstellt.



/1 P.

(2) Eine andere Gruppe misst die Temperatur beim Abkühlen von Kaffee, der mit kochendem Wasser von 100 °C aufgegossen wurde.
Die Tabelle zeigt die Temperatur zu verschiedenen Zeitpunkten.

vergangene Zeit in min	0	1	2	3
Temperatur in °C	100,0	89,0	79,2	70,5

a) Ben behauptet, dass der Zusammenhang weder linear noch antiproportional ist.

Begründe, dass Bens Behauptung korrekt ist.

/2 P.

b) Ela schlägt vor, die Abkühlung mit einer Exponentialfunktion zu beschreiben.

Gib eine Funktionsgleichung **an**, die den Prozess annähert.

/2 P.

Wahlteil zu B3

Du musst zwei der vier Wahlteile bearbeiten.

(3) Peter und Paula wollen untersuchen, welchen Einfluss die Anfangstemperatur auf die Dauer der Abkühlung von Getränken hat. Dazu beschreiben sie die Funktion mit der folgenden Gleichung:

$f(x) = b \cdot a^x$

a) **Beschreibe**, was die Parameter *a* und *b* im Kontext der Abkühlung von Getränken bedeuten.

/2 P.

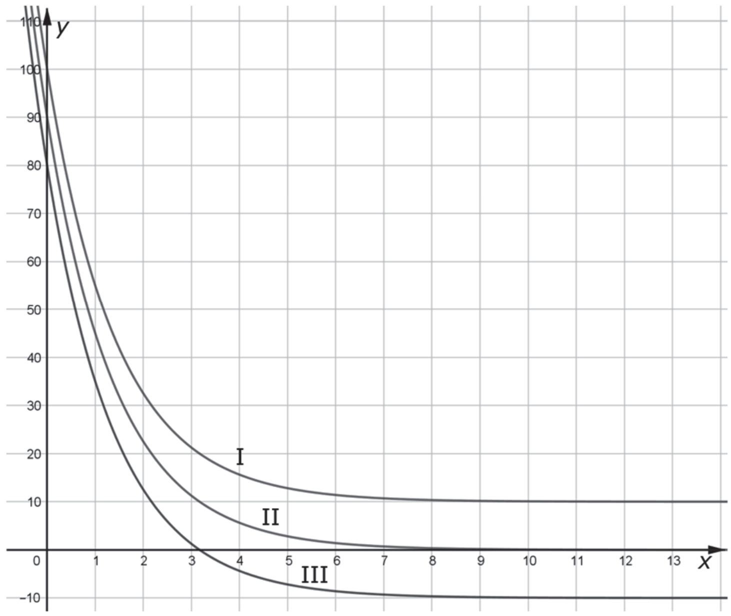
b) **Gib** ein sinnvolles Intervall für *a* **an**.

/1 P.

c) Paula fragt „Was ändert sich, wenn wir zum Funktionsterm noch ein *d* addieren?" Die Funktionsgleichung sieht dann so aus:

$f(x) = b \cdot a^x + d$

Ordne die Funktionsgleichungen den passsenden Graphen **zu.**



$g(x) = 90 \cdot 0{,}5^x$

$h(x) = 90 \cdot 0{,}5^x + 10$

$i(x) = 90 \cdot 0{,}5^x - 10$

/2 P.

d) **Beschreibe**, wie sich die Veränderung des Parameters *d* auf den Graphen auswirkt.

/1 P.

B4: Statistik und Wahrscheinlichkeit — Würfel

Die Klasse 10b bekommt folgenden Arbeitsauftrag:

„Verändert den Radiergummiwürfel. Würfelt dann 500-mal und notiert die absoluten und relativen Häufigkeiten der Augenzahlen."

(1) Jonas schneidet mit einer Schere eine Ecke ab.
Dann würfelt er mit dem Würfel 500-mal und notiert seine Ergebnisse in einer Tabelle.

	1	2	3	4	5	6	Summe
Absolute Häufigkeit	55	58	88			110	500
Relative Häufigkeit	0,110		0,176	0,150		0,220	1

a) Ergänze die fehlenden Werte.

/2 P.

b) Erkläre, warum es sich bei der hier vorliegenden relativen Häufigkeit nicht um ein Laplace- Experiment handelt.

/1 P.

(2) Auch Merle hat von ihrem Würfel ein Stück abgeschnitten und präsentiert ihre Ergebnisse.

	1	2	3	4	5	6	Summe
Absolute Häufigkeit	144	76	98	15	73	94	500
Relative Häufigkeit	0,288	0,152	0,196	0,03	0,146	0,188	1

Merle nimmt ihre relativen Häufigkeiten als Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit. Der Würfel wird zweimal gewürfelt.

a) **Zeige**, dass die Wahrscheinlichkeit, zweimal die gleiche Zahl zu werfen, ungefähr 20% beträgt.

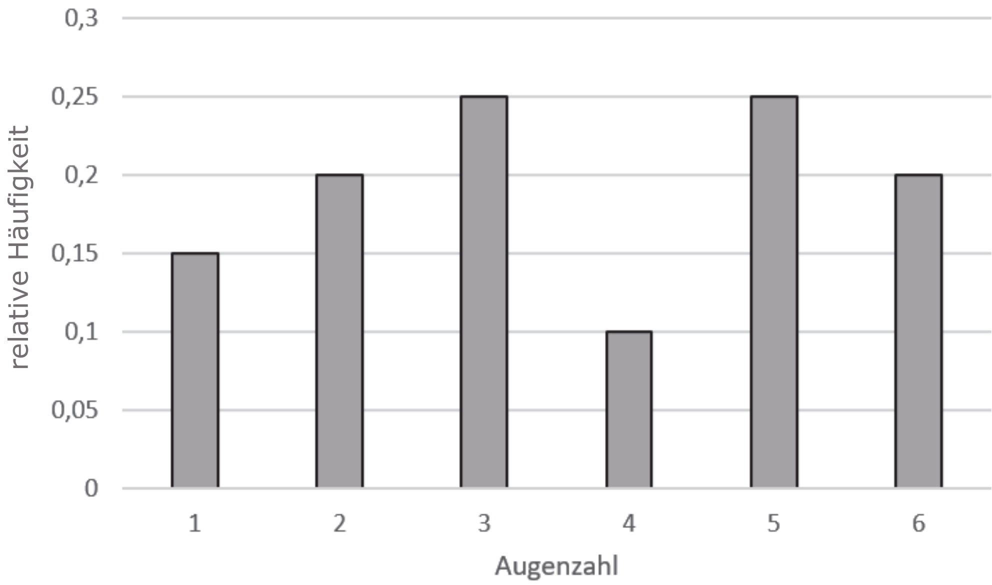
/2 P.

b) Die Wahrscheinlichkeit, zweimal die gleiche Zahl zu werfen, ist ungefähr 20%. Merle behauptet: „Dann beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass zwei verschiedene Zahlen gewürfelt werden, ca. 80%."

Überprüfe, ob Merle recht hat.

/2 P.

(3) Lasse stellt von seinem Würfel die Häufigkeitsverteilung in einem Säulendiagramm dar.



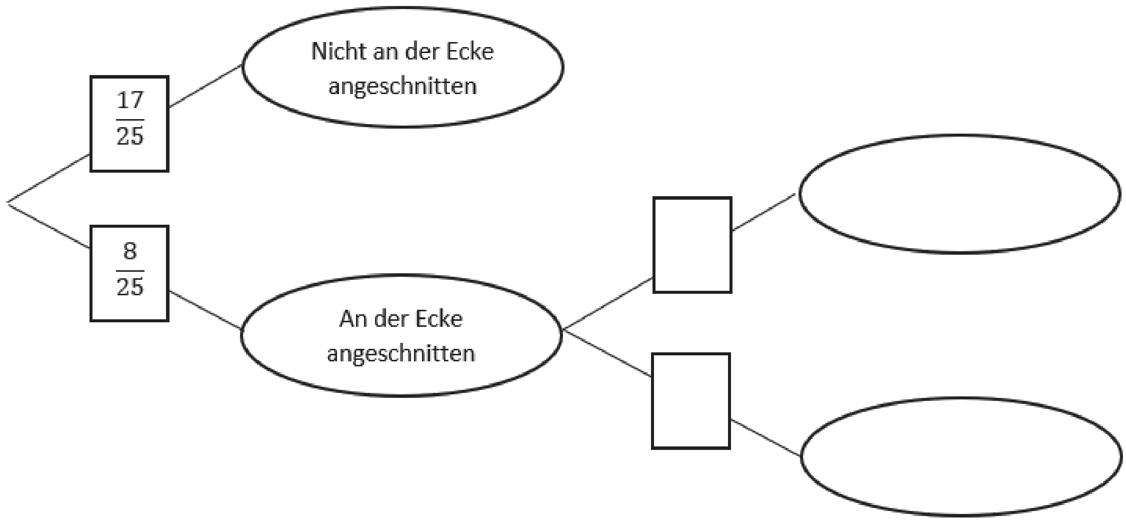
Entscheide, ob das Säulendiagramm von Lasse stimmen kann, und **begründe** deine Entscheidung.

/2 P.

Wahlteil zu B4

Du musst zwei der vier Wahlteile bearbeiten.

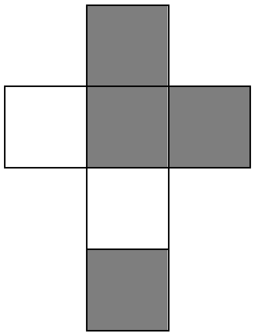
(4) Von den 25 Schülerinnen und Schülern der 10b haben acht den Würfel an einer Ecke angeschnitten. Hiervon sind fünf weiblich.

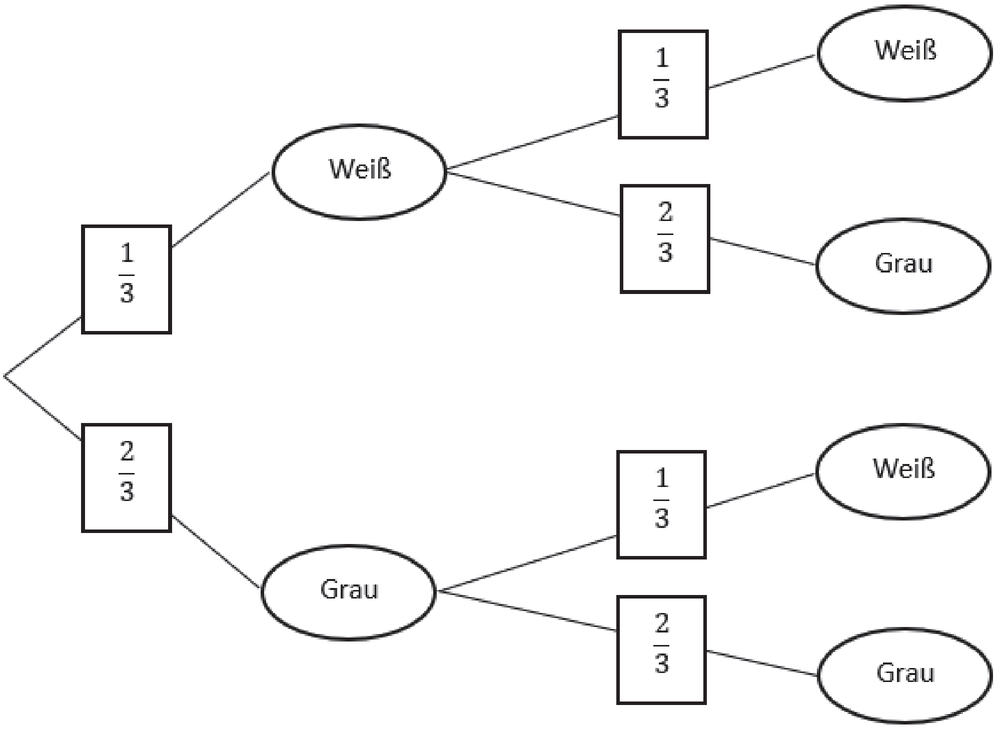


Gib im Baumdiagramm die fehlenden Beschriftungen und Wahrscheinlichkeiten in den Kästchen **an**.

/2 P.

(5) Der Lehrer hat einen Würfel, bei dem zwei Felder weiß und vier Felder grau sind. Der Würfel wird zweimal geworfen.





Der Lehrer behauptet: „Die Wahrscheinlichkeit, zweimal hintereinander die gleiche Farbe zu werfen, ist größer, als dass der Würfel zweimal hintereinander verschiedene Farben anzeigt."

a) Überprüfe, ob er recht hat.

/3 P.

b) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens einmal grau geworfen wird.

/1 P.

Bewertungsübersicht

	max. Punkte	erreichte Punkte
Heft 1	32	
Heft 2: B1	9	
Wahlteil ja ☐ nein ☐	6	
Heft 2: B2	9	
Wahlteil ja ☐ nein ☐	6	
Heft 2: B3	9	
Wahlteil ja ☐ nein ☐	6	
Heft 2: B4	9	
Wahlteil ja ☐ nein ☐	6	
Gesamtpunktzahl	80	

Bewertungsschlüssel MSA

Punkte	Prozente	Mittlerer Schulabschluss (Note)
72 - 80	≥90	1
60 - 71	≥75	2
48 - 59	≥60	3
36 - 47	≥45	4
18 - 35	≥22	5
17 - 0	<22	6