

Zentrale Abschlussarbeit 2023

Mathematik

Korrekturanweisung
Mittlerer Schulabschluss

Herausgeber

Ministerium für Allgemeine und Berufliche Bildung, Wissenschaft, Forschung und Kultur
des Landes Schleswig-Holstein
Brunswiker Straße 16-22, 24105 Kiel

Aufgabenentwicklung

Ministerium für Allgemeine und Berufliche Bildung, Wissenschaft, Forschung und Kultur
des Landes Schleswig-Holstein
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
Fachkommissionen für die Zentralen Abschlussarbeiten in der Sekundarstufe I

Umsetzung und Begleitung

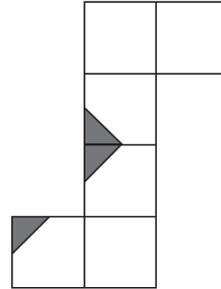
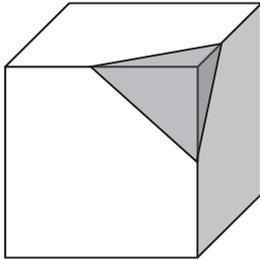
Ministerium für Allgemeine und Berufliche Bildung, Wissenschaft, Forschung und Kultur
des Landes Schleswig-Holstein
zab1@bildungsdienste.landsh.de

Druck

Polyprint GmbH

A: Kurzformaufgaben**Lösungen**

- A1** Der Würfel wurde an einer Ecke eingefärbt. Zeichne im Würfelnetz die zwei fehlenden farbigen Ecken ein.



..... /1 P.

- A2** In einem Gefäß befinden sich insgesamt 200 Lose. 20 Lose sind Gewinne, die anderen Lose sind Nieten. Die Lose werden ohne hinzusehen gezogen und nicht wieder zurückgelegt.

- a)** Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das erste gezogene Los ein Gewinn ist? Kreuze an.

1 %

5 %

10 %

..... /1 P.

- b)** Aus den 200 Losen wurden 50 Nieten und kein Gewinn gezogen.

Welche Aussage trifft zu? Kreuze an.

Die Wahrscheinlichkeit, als nächstes einen Gewinn zu ziehen, ist größer im Vergleich zur ersten Ziehung.

Die Wahrscheinlichkeit, als nächstes einen Gewinn zu ziehen, ist kleiner im Vergleich zur ersten Ziehung.

Die Wahrscheinlichkeit, als nächstes einen Gewinn zu ziehen, ist genauso groß wie bei der ersten Ziehung.

..... /1 P.

A3 $\sqrt{8}$ liegt zwischen

1,5 und 2

2 und 2,5

2,5 und 3

...../1 P.

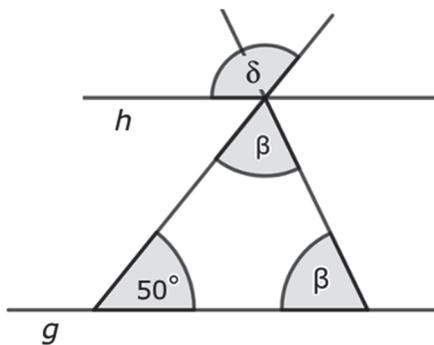
A4 Johanna hat ein Spiel für 8 € gekauft und dieses für 6 € an einen Freund verkauft.

Zeige, dass ihr Verlust 25 % beträgt.

Der Verlust beträgt 2 €. 2 von 8 entspricht einem Viertel, also 25 %.

...../1 P.

A5 Gleiche Buchstaben bezeichnen gleich große Winkel. Gleiche Buchstaben bezeichnen gleich große Winkel. Gib die Größe der bezeichneten Winkel an. Die Abbildung ist nicht maßstabsgerecht.

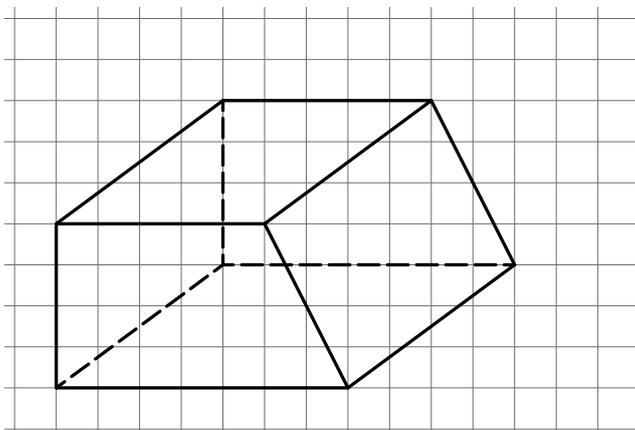


$$\beta = 65^\circ$$

$$\delta = 130^\circ$$

...../2 P.

A6 Ergänze das unvollständige Schrägbild des Trapezprismas.



...../1 P.

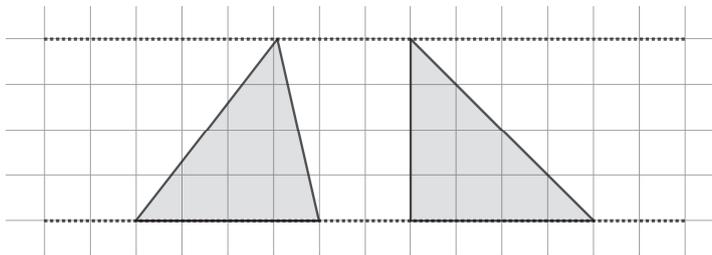
A7 Widerlege jede Aussage, z.B. indem du ein Gegenbeispiel angibst.

- a)** Aussage: „Je größer eine natürliche Zahl ist, desto größer ist ihre Quersumme.“

31 ist größer als 13, aber beide Zahlen haben die Quersumme 4.

...../1 P.

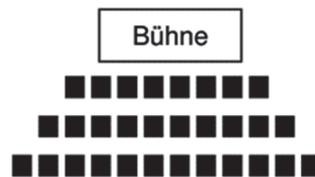
- b)** Aussage: „Wenn bei zwei Dreiecken die Längen der Grundseiten und die Längen der Höhen auf dieser Grundseite gleich sind, dann sind die Dreiecke kongruent.“



Jede aussagekräftige Zeichnung oder Erklärung wird akzeptiert.

...../1 P.

A8 In der ersten Reihe eines Theaters befinden sich 8 Plätze, in der zweiten Reihe befinden sich 10 Plätze, in der dritten Reihe 12 Plätze. Die Zunahme der Sitzplätze setzt sich in den weiteren Reihen genauso fort.



- a)** Wie viele Plätze befinden sich in Reihe 5?

Anzahl der Plätze in Reihe 5: **16**

...../1 P.

- b)** Welcher Term gibt die Anzahl der Plätze in der n -ten Reihe an?
Kreuze den zutreffenden Term an.

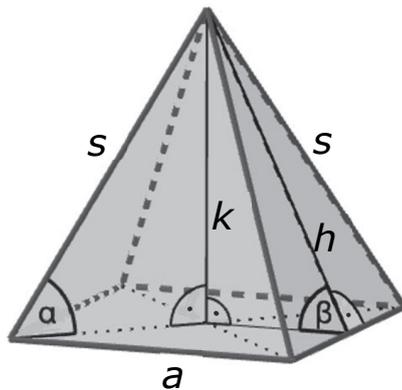
$8 + 2n$

$6 + 2n$

$8n + 2$

...../1 P.

- A9** Gegeben ist eine regelmäßige Pyramide mit quadratischer Grundfläche. Ergänze die Formeln.



$$h^2 = s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 \quad \text{oder} \quad h^2 = k^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$\sin(\alpha) = \frac{k}{s}$$

$$\tan(\beta) = \frac{k}{\frac{a}{2}}$$

..... /3 P.

- A10** Bei beiden Divisoren fehlt ein Komma. Setze das Komma jeweils so, dass die Gleichung stimmt.

$$0,5 : 1 0,0 = 0,05$$

$$25 : 2,5 0 = 10$$

..... /2 P.

- A11** Gib den kleinsten und den größten Wert an:

$$3^{-2}; \quad -3^2; \quad \sqrt{9}; \quad \frac{1}{9}; \quad 3^0$$

$$\text{kleinster Wert:} \quad -3^2$$

$$\text{größter Wert:} \quad \sqrt{9}$$

..... /2 P.

- A12** Forme $25a^2 - 169b^2$ mit Hilfe einer binomischen Formel in ein Produkt um.

$$25a^2 - 169b^2 = (5a + 13b)(5a - 13b)$$

..... /1 P.

A13 Ergänze jeweils so, dass die Gleichungen stimmen.

$$110 \text{ cm} + 1,9 \text{ m} = 3 \text{ m}$$

$$120 \text{ dm}^2 + 1,8 \text{ m}^2 = 3 \text{ m}^2$$

..... /2 P.

A14 Gegeben ist die folgende quadratische Funktion in Normalform:

$$f(x) = x^2 + 6x + 8$$

Welche der folgenden Funktionsgleichungen stellt diese Funktion in der Scheitelpunktform dar? Kreuze an.

$f(x) = (x + 3)^2 + 8$

$f(x) = (x + 3)^2 + 1$

$f(x) = (x + 3)^2 - 1$

..... /1 P.

A15 Verbinde jedes der drei Beispiele mit dem passenden Begriff.

$$\frac{1+2+2+4+5+5+8}{7}$$

Rangliste

arithmetischer
Mittelwert

1; 2; 4; 5; 2; 5; 8

Maximum

Urliste

$$8 - 1 = 7$$

Spannweite

..... /3 P.

A16 Wahr oder falsch? Kreuze jeweils an.

	wahr	falsch
Alle Graphen linearer Funktionen verlaufen durch 3 Quadranten des Koordinatensystems.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Der Graph der Funktion g mit $g(x) = 2x \cdot (x - 3)$ ist eine Parabel.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Der Graph der Funktion f mit $f(x) = x^2 + 3$ ist gegenüber der Normalparabel nach oben verschoben.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

...../3 P.

A17 Soraya hat auf die Seitenflächen eines Würfels die Zahlen $-5, -3, -1, 2, 4, 6$ geschrieben. Sie würfelt mit diesem Würfel zweimal hintereinander und addiert die beiden gewürfelten Zahlen. Welche Summe kann sie nicht erhalten?

- 3 5 7

...../1 P.

A18 In einem Beutel befinden sich fünf Kugeln: 2 grüne und 3 blaue

a) Es werden zwei grüne Kugeln gezogen, die nicht wieder zurückgelegt werden. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit beim nächsten Zug eine blaue Kugel zu ziehen? Kreuze an.

- $\frac{1}{3}$ $\frac{3}{5}$ 1

...../1 P.

b) Es wird dreimal gezogen und die Kugeln werden nicht wieder zurückgelegt. Mit welchem Term lässt sich die Wahrscheinlichkeit berechnen alle blauen Kugeln zu ziehen? Kreuze an.

- $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3}$ $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5}$ $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$

...../1 P.

B1: Trigonometrie**Halbkreis – Lösung****(1)****a)** gesucht: Länge der Strecke \overline{BC}

$$90^\circ - 75^\circ = 15^\circ \quad (1)$$

$$|\overline{BC}|^2 = 5^2 + 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \cos(15^\circ) \quad (1)$$

$$|\overline{BC}| \approx 1,3 \quad (1)$$

..... /3 P.

b) gesucht: Nachweis, dass der Abstand $a = \sqrt{2} \cdot 5 \text{ cm}$ beträgt.

Das Dreieck ACM ist rechtwinklig und es gilt der Satz des Pythagoras. (1)

$$a = \sqrt{(5 \text{ cm})^2 + (5 \text{ cm})^2} = \sqrt{2 \cdot (5 \text{ cm})^2} = \sqrt{2} \cdot 5 \text{ cm} \quad (1)$$

..... /2 P.

c) gesucht: Größe des Winkels α

$$\alpha = 60^\circ \quad (1)$$

..... /1 P.

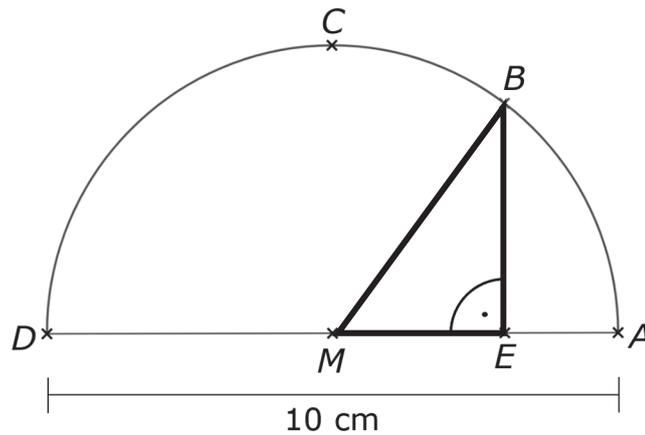
(2)**a)** gesucht: Abstand der Punkte B und E zueinander

$$p = 8 \text{ cm} \quad q = 2 \text{ cm} \quad (1)$$

$$|\overline{BE}| = \sqrt{p \cdot q} = \sqrt{8 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}} = 4 \text{ cm} \quad (1)$$

..... /2 P.

b) gesucht: Dreieck, das Mila nutzen kann



Das eingezeichnete Dreieck ist MEB .

(1)

..... /1 P.

Wahlteil zu B1

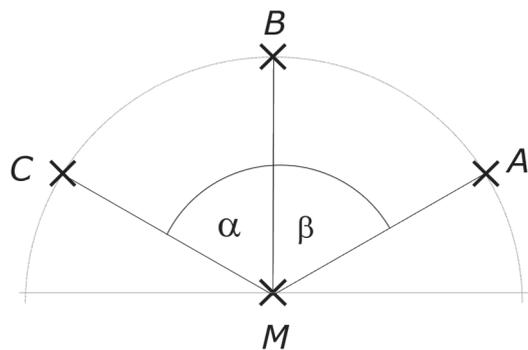
(3) gesucht: Skizze

Die Punkte A , B und C liegen auf dem Halbkreis.

(1)

$$\alpha = \beta = 60^\circ$$

(1)



..... /2 P.

(4)

- a)** gesucht: Entscheidung und Begründung, ob André die Gleichung nutzen kann

André hat recht. (1)

André nutzt den Sinus im rechtwinkligen Dreieck. (1)

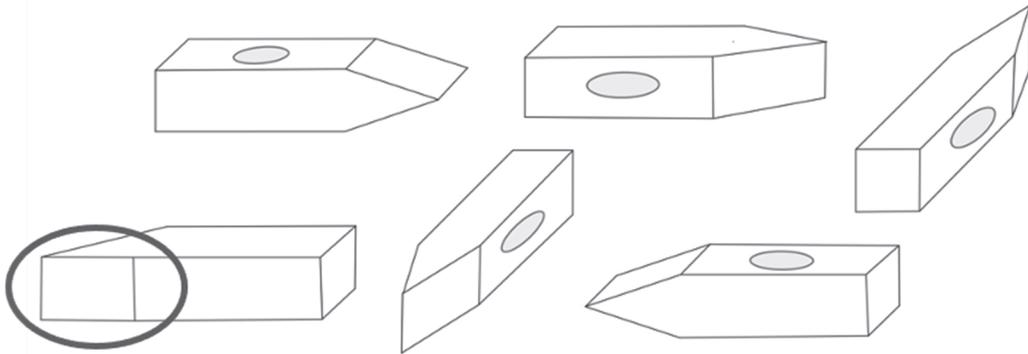
Die Gegenkathete hat die Länge $\frac{1}{2} \cdot y$ und die Hypotenuse hat eine Länge von 5 cm. (1)

...../3 P.

- b)** gesucht: Bedeutung von $\sin(\beta) = 1$

Der Abstand der Punkte B und C entspricht der Länge des Durchmessers. (1)

...../1 P.

B2: Stereometrie**Hammer – Lösungen****(1) a)** gesucht: Fehler in der Zeichnung

Die fehlerhafte Stelle sollte deutlich zu erkennen sein.

...../1 P.

b) gesucht: Skizzen in den Schrägbildern

siehe oben

Der Punkt wird für die korrekte Lage zweier Augen vergeben, auch bei Abweichungen von der ovalen Form.

...../1 P.

(2) a) gesucht: Volumen des Hammerkopfs

$$\text{Ansatz: } V = V_{\text{Quader}} + V_{\text{Dreieckprisma}}$$

$$V_{\text{Quader}} = 23 \cdot 23 \cdot 58 = 30682 \quad (1)$$

$$V_{\text{Dreieckprisma}} = \frac{1}{2} \cdot 23 \cdot (105 - 58) \cdot 23 = 12431,5 \quad (1)$$

$$V = V_{\text{Quader}} + V_{\text{Dreieckprisma}} = 43113,5 \quad (1)$$

Das Volumen beträgt ungefähr $43\,100 \text{ mm}^3$ bzw. $43,1 \text{ cm}^3$.

...../3 P.

b) gesucht: Bewertung einer Rechnung und Begründung

Die Dichte ergibt sich als Quotient aus Masse und Volumen und hat in diesem Fall einen zu großen Divisor. (1)

Also ist das Ergebnis zu klein. (1)

----- /2 P.

c) gesucht: Abschätzung eines Flächeninhalts

In die Fläche passt ein Kreis mit dem Radius $r = 0,7$ cm,
also $A_{\text{Auge}} > \pi \cdot 0,7^2 \approx 1,54 > 1,5$. (1)

Die Fläche passt in ein Rechteck mit den Seitenlängen 1,4 cm
und 2,5 cm, also $A_{\text{Auge}} < 1,4 \cdot 2,5 = 3,5$ (1)

*Wer alternativ für die Abschätzung nach unten eine Raute mit
den Diagonalenlängen 1,4 cm und 2,5 cm betrachtet, erhält*

$$A_{\text{Auge}} > \frac{1}{2} \cdot 1,4 \cdot 2,5 = 1,75 > 1,5$$

----- /2 P.

Wahlteil zu B2

(3) a) gesucht: Abschätzung des Hohlraumvolumens im Hammerkopf

Die Höhe des zylindrischen Hohlraums beträgt etwa 7 cm,
der Radius 1,5 cm. (1)

$$V = \pi \cdot 1,5^2 \cdot 7 \approx 49,48 > 49 \quad (1)$$

..... /2 P.

b) gesucht: Volumenberechnung und Bewertung des Ergebnisses

$$49 \text{ cm}^3 = 49\,000 \text{ mm}^3 \quad (1)$$

$$\text{Volumen für 2\,000 Kugeln in mm}^3: V_{2000} = 2\,000 \cdot 14,1 \approx 28\,200 \quad (1)$$

$$\text{Benötigter Raum: } V_{\text{Füllung}} \approx 0,7 \cdot 49\,000 \approx 34\,300 \quad (1)$$

$$28\,200 < 34\,300 \quad (1)$$

Der Hohlraum ist groß genug für 2 000 Kugeln.

..... /4 P.

B3: Funktionen

Tee & Kaffee – Lösungen

(1) gegeben: $t(x) = 90 \cdot 0,7^x$

a) gesucht: Wert der Temperatur nach 2 min

$$t(2) = 44,1$$

...../1 P.

b) gesucht: Zeitpunkt x , zu dem der Tee 18°C erreichen müsste

$$18 = 90 \cdot 0,7^x \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow x = \log_{0,7} 0,2$$

$$\Leftrightarrow x \approx 4,5 \quad (1)$$

Nach ungefähr 4,5 Minuten müsste der Tee auf 18°C abgekühlt sein.

...../2 P.

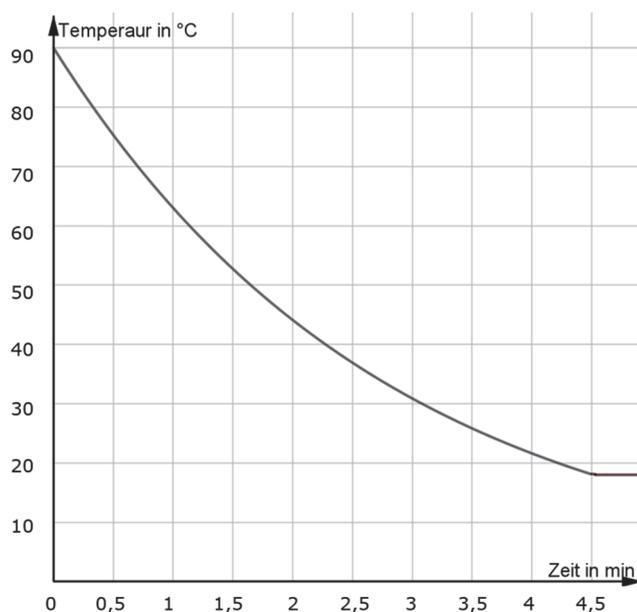
c) gesucht: Stellungnahme zur Frage, ob der Tee auf 0°C abkühlen kann

Der Tee kann nicht unter die Umgebungstemperatur abkühlen.

oder: Die x -Achse ist Asymptote des Graphen der Funktion t , der Graph hat keine Nullstelle.

...../1 P.

d) gesucht: Skizze des Graphen gemäß der Modellierung



Es reicht aus, wenn der Graph bis 4,5 Minuten korrekt skizziert ist.

...../1 P.

- (2) a)** gesucht: Begründung, dass der Zusammenhang weder linear noch antiproportional ist

Es liegt keine konstante Steigung vor, daher ist der Zusammenhang nicht linear:

		+1	+1	+1
		↖	↖	↖
vergangene Zeit in min	0	1	2	3
Temperatur in °C	100,0	89,0	79,2	70,5
		↘	↘	↘
		-11	-9,8	-8,7

oder

Der k -fachen Zeit ist nicht der k -fache Temperaturwert zugeordnet. (1)

Es liegt keine Produktgleichheit vor, daher ist der Zusammenhang nicht antiproportional:

$$0 \cdot 100 = 0 \quad 1 \cdot 89 = 89 \quad 2 \cdot 79,2 = 158,4 \quad 3 \cdot 70,5 = 211,5 \quad (1)$$

oder

Der k -fachen Zeit ist nicht der $1/k$ -fache Temperaturwert zugeordnet.

..... /2 P.

- b)** gesucht: Funktionsgleichung einer Exponentialfunktion, die den Prozess annähert

Beispiel: $f(x) = 100 \cdot 0,89^x$, wobei x die vergangene Zeit in Minuten beschreibt

je (1) für Anfangswert und Wachstumsfaktor

..... /2 P.

Wahlteil zu B3

(3) gegeben:

$$f(x) = b \cdot a^x$$

a) gesucht: Bedeutung der Parameter a und b im Kontext der Abkühlung von Getränken

a beschreibt als Wachstumsfaktor, wie schnell das Getränk abkühlt. (1)

b beschreibt als Anfangswert, wie heiß das Getränk zu Beginn war. (1)

..... /2 P.

b) gesucht: Intervall für a

$$0 < a < 1 \quad (1)$$

..... /1 P.

c) gesucht: Zuordnung der Graphen zu den Funktionsgleichungen

$$I \rightarrow h(x) \qquad II \rightarrow g(x) \qquad III \rightarrow i(x)$$

Ein Punkt wird vergeben, wenn zwei Zuordnungen korrekt angegeben wurde.

..... /2 P.

d) gesucht: Beschreibung der Auswirkung des Parameters d auf den Graphen

Der Graph ist für $d > 0$ um d Einheiten nach oben verschoben, und für $d < 0$ nach unten verschoben.

..... /1 P.

B4: Statistik und Wahrscheinlichkeit

Würfel – Lösungen

(1) a) gesucht: fehlende Werte

	1	2	3	4	5	6	Summe
absolute Häufigkeit	55	58	88	75	114	110	500
relative Häufigkeit	0,110	0,116	0,176	0,150	0,228	0,220	1

Ein Punkt, wenn zwei Werte korrekt sind; zwei Punkte, wenn alle Werte korrekt sind.

..... /2 P.

b) gesucht: Erklärung

Es ist kein Laplace-Experiment, da nicht alle Ergebnisse die gleiche Wahrscheinlichkeit haben.

..... /1 P.

(2) a) gesucht: Wahrscheinlichkeit, zweimal die gleiche Zahl zu werfen

Ansatz Pfadregeln (Multiplikation und Addition) (1)

$$0,288^2 + 0,152^2 + 0,196^2 + 0,03^2 + 0,146^2 + 0,188^2 \approx 0,202 \quad (1)$$

..... /2 P.

b) gesucht: Begründung, ob Merle recht hat.

Merle hat recht. (1)

Das Gegenereignis zu „zweimal gleiche Zahl“ ist „nicht zweimal gleiche Zahl“ beziehungsweise „zwei verschiedene Zahlen“. (1)

Der Begriff Gegenereignis muss nicht explizit genannt werden.

..... /2 P.

(3) gesucht: Entscheidung und Begründung

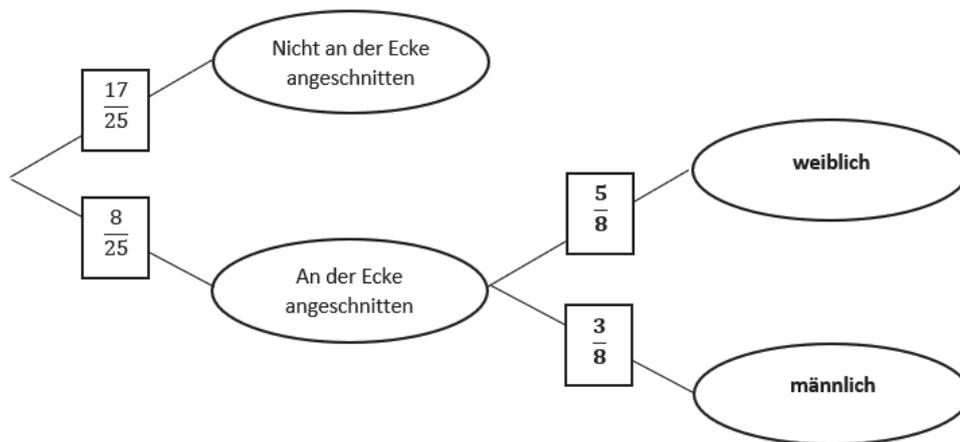
Das Säulendiagramm kann nicht stimmen. (1)

Addiert man alle Wahrscheinlichkeiten,
dann ergibt die Summe mehr als 1. (1)

...../2 P.

Wahlteil zu B4

(4) gesucht: fehlende Werte und Beschriftungen



Ein Punkt für eine richtige Pfadbeschriftung; zwei Punkte für zwei richtige Pfadbeschriftungen.

...../2 P.

(5) a) gesucht: Wahrscheinlichkeiten für „zweimal das Gleiche“
und „zwei verschiedene Farben“

$$P(\text{zweimal das Gleiche}) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{5}{9} \quad (1)$$

$$P(\text{zwei verschiedene Farben}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \quad (1)$$

$$\frac{5}{9} > \frac{4}{9}$$

Der Lehrer hat recht. Die Wahrscheinlichkeit zweimal hintereinander die gleiche Farbe zu werfen ist größer, als dass der Würfel zweimal hintereinander unterschiedliche Farben anzeigt. (1)

...../3 P.

b) gesucht: Wahrscheinlichkeit für mindestens einmal Grau

$$P(\text{mindestens einmal Grau}) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{9} \quad (1)$$

Alternativ kann auch mit dem Gegenereignis gerechnet werden.

...../1 P.

Bewertungsschlüssel MSA

Punkte	Prozente	Mittlerer Schulabschluss (Note)
72 - 80	≥90	1
60 - 71	≥75	2
48 - 59	≥60	3
36 - 47	≥45	4
18 - 35	≥22	5
17 - 0	<22	6