

Zentrale Abschlussarbeit 2022

Mathematik

Heft 2

Mittlerer Schulabschluss

Herausgeber

Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein
Brunswiker Str. 16-22, 24105 Kiel

Aufgabenentwicklung

Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
Fachkommissionen für die Zentralen Abschlussarbeiten in der Sekundarstufe I

Umsetzung und Begleitung

Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein
zab1@bildungsdienste.landsh.de

Liebe Schülerin, lieber Schüler!

Die Arbeit besteht aus zwei Heften. Dies ist **Heft 2**.

Heft 1 Kurzformaufgaben

Diese Aufgaben sind ohne Taschenrechner in maximal 60 Minuten zu lösen. Die Formelsammlung und deine Zeichengeräte darfst du benutzen.

Du bearbeitest die Aufgaben in dem Heft.

Wenn du bei einer Aufgabe einmal etwas falsch angekreuzt hast, solltest du das Kreuz völlig durchstreichen.

Es kann Aufgaben geben, bei denen mehrere Antworten möglich sind. Die Punkte am Rand geben dir Hinweise.

Heft 2 Komplexaufgaben

Heft 2 enthält 4 Komplexaufgaben, die alle bearbeitet werden müssen.

Jede Komplexaufgabe hat einen Wahlteil. Du musst nur **2 Wahlteile** bearbeiten, die Wahlteile der anderen beiden Komplexaufgaben musst du nicht bearbeiten.

Die Bearbeitung der Aufgaben erfolgt auf dem bereitliegenden, gestempelten Papier. Es kann Aufgaben geben, bei denen du aufgefordert wirst, direkt in das Prüfungsheft zu schreiben.

Den Taschenrechner, die Formelsammlung und deine Zeichengeräte darfst du benutzen.

ACHTUNG !

In beiden Teilen wechseln sich leichtere und schwierigere Aufgaben ab. So kommt oft nach einer schwierigen Aufgabe eine leichtere. Wenn du eine Aufgabe nicht lösen kannst, versuche erst einmal die nächsten zu bearbeiten.

Nutze deine Lesezeit!

Du darfst in der Lesezeit einen Stift zum Markieren benutzen.

Lesezeit: 30 Minuten

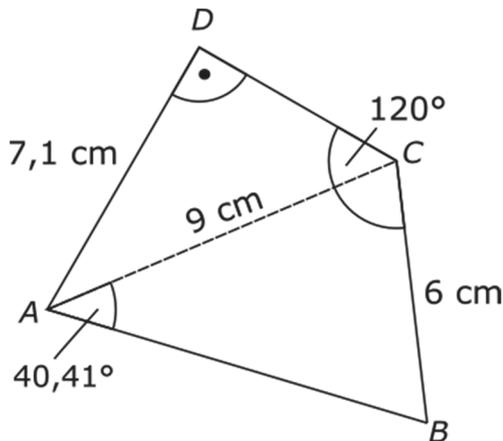
Bearbeitungszeit: insgesamt 165 Minuten, davon höchstens
60 Minuten für die Kurzformaufgaben

Bitte schreibe deinen Namen auf beide Aufgabenhefte!

Viel Erfolg!

B1: Trigonometrie**Viereck**

Martha hat sich Gedanken über folgendes Viereck gemacht:



Die Zeichnung ist nicht maßstabsgetreu.

(1) Martha hat herausgefunden: Die Strecke \overline{CD} ist 5,53 cm lang.

a) Zeige, dass Martha recht hat.

..... /2 P.

b) Beschreibe einen anderen Lösungsweg, die Länge der Strecke \overline{CD} zu ermitteln.

Die Rechnung muss nicht ausgeführt werden.

Ergänze dazu gegebenenfalls die Bezeichnungen in der Planskizze.

..... /2 P.

(2) Martha möchte den Umfang des Vierecks $ABCD$ bestimmen. Dazu berechnet sie die Länge der Strecke \overline{AB} mit dem Kosinussatz.

a) Fülle die drei Lücken in Marthas Beschreibung **aus**:

„Ich berechne zuerst $\sphericalangle DCA$ über $\sin(\sphericalangle DCA) = \underline{\hspace{2cm}}$;

dann berechne ich den Winkel $\sphericalangle \underline{\hspace{2cm}}$ über $120^\circ - \sphericalangle DCA$;

dann $|\overline{AB}|^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.“

$\Rightarrow |\overline{AB}| \approx 8,74 \text{ cm}$

..... /3 P.

b) Berechne den Umfang des Vierecks $ABCD$.

..... /1 P.

c) Gib eine andere Möglichkeit **an**, die Länge der Strecke \overline{AB} rechnerisch zu bestimmen.

Die Rechnung muss nicht ausgeführt werden.

..... /1 P.

Wahlteil zu B1

Du musst zwei der vier Wahlteile bearbeiten.

(3) Um den Flächeninhalt des Vierecks $ABCD$ zu bestimmen, werden die Teildreiecke ACD und ABC betrachtet.

a) Bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks ACD .

..... /2 P.

b) Weise nach, dass im Dreieck ABC die Höhe auf der Seite \overline{AC} 5,67 cm lang ist.

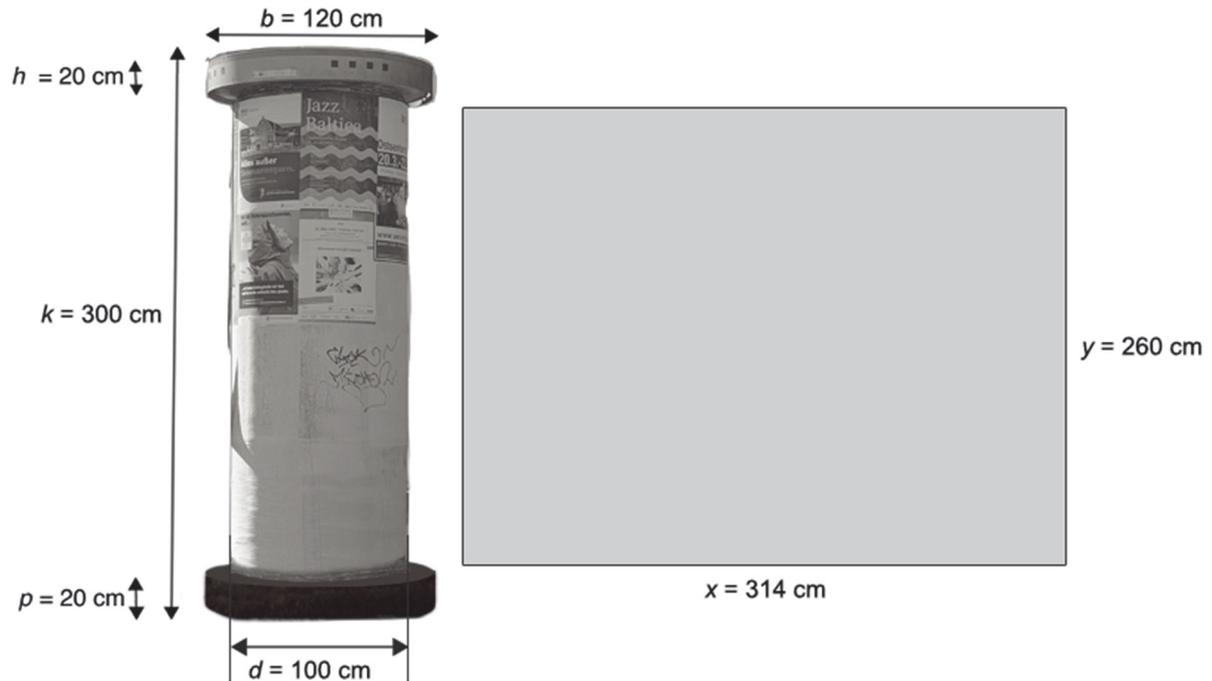
..... /1 P.

c) Berechne den Flächeninhalt des Vierecks $ABCD$.

..... /3 P.

B2: Stereometrie**Litfaßsäule**

In vielen Städten gibt es Litfaßsäulen. Das sind große Zylinder aus Beton, auf denen Plakate kleben. Lutz arbeitet bei einer Firma, die Litfaßsäulen beklebt.



Die Abbildung ist nicht maßstabsgetreu.

- (1)** Lutz überlegt, wie die abgebildete Säule beklebt werden soll. Dazu hat er eine Skizze der beklebbaren Fläche angefertigt (siehe Abbildung). Die Seitenlängen x und y berechnet ein Computerprogramm.

a) Kreuze an, wie y berechnet wurde.

$y = k - h + p$
 $y = k - (h + p)$
 $y = h + (k - p)$

..... /1 P.

b) Kreuze an, wie x berechnet wurde.

$x = \pi \cdot b$
 $x = \pi \cdot d$
 $x = \frac{b}{2} \cdot \pi$

..... /1 P.

- c) Ein Plakat im DIN-A0-Format ist 118,9 cm lang und 84,1 cm breit.

Ermittle, wie viele DIN-A0-Plakate ohne Überlappung auf die Säule geklebt werden können, wenn alle Plakate dieselbe Ausrichtung haben.

..... /2 P.

- (2) Das zylindrische Dach der Litfaßsäule muss erneuert werden.

- a) **Berechne** das Volumen des alten Daches in m^3 .

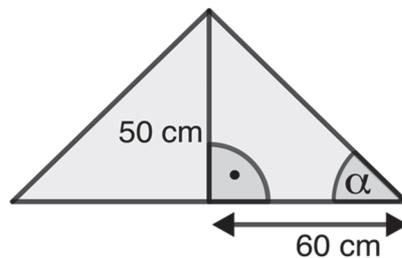
..... /2 P.

- b) Das neue Dach soll bei gleicher Grundfläche die Form eines Kegels haben und 50 cm hoch sein.

Begründe, dass das neue Dach ein kleineres Volumen hat als das alte.

..... /2 P.

- c) Damit keine Tauben auf dem neuen Dach landen, soll der Neigungswinkel α 45° betragen.



Die Abbildung ist nicht maßstabsgetreu.

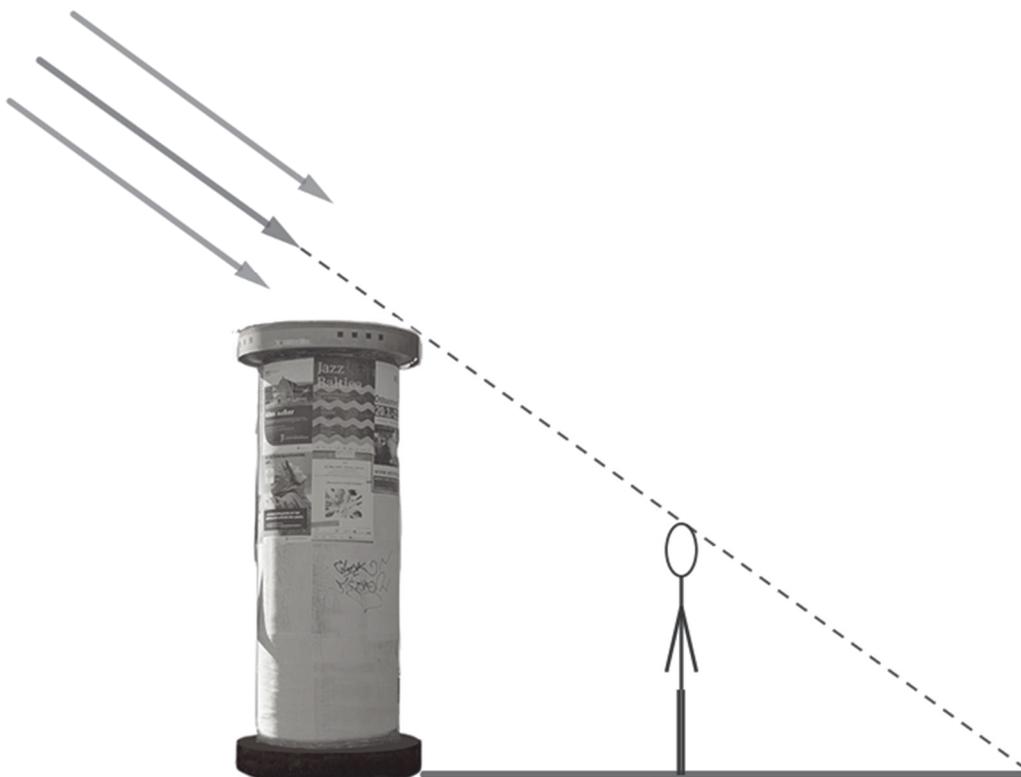
Begründe, dass der Neigungswinkel die Bedingung nicht erfüllt.

..... /1 P.

Wahlteil zu B2

Du musst zwei der vier Wahlteile bearbeiten.

- (3) Die 3 m hohe Litfaßsäule wirft einen Schatten auf den Boden. Der Schatten ist 4 m lang. Lutz ist 1,80 m groß. Er möchte mit einem Experiment die Länge seines Schattens herausfinden. Dazu stellt er sich so in den Schatten der Litfaßsäule, dass sein eigener Schatten gerade im Schatten der Litfaßsäule verschwindet.



Die Abbildung ist nicht maßstabsgetreu.

- a) **Ergänze** in der Abbildung die Größen aus dem Text.

..... /1 P.

- b) **Bestimme** rechnerisch die Länge von Lutz' Schatten.

..... /2 P.

(4) Lutz hat ein Modell der Litfaßsäule im Maßstab 1:6 gebastelt.

a) **Gib** die Höhe des Modells **an**.

..... /1 P.

b) Lutz möchte wissen, wie groß die beklebbare Fläche seines Modells ist. Dazu berechnet er den entsprechenden Flächeninhalt für die große Litfaßsäule und dividiert diesen Wert durch 6, also

$$(3,14 \text{ m} \cdot 2,60 \text{ m}) : 6 = 1,36 \text{ m}^2$$

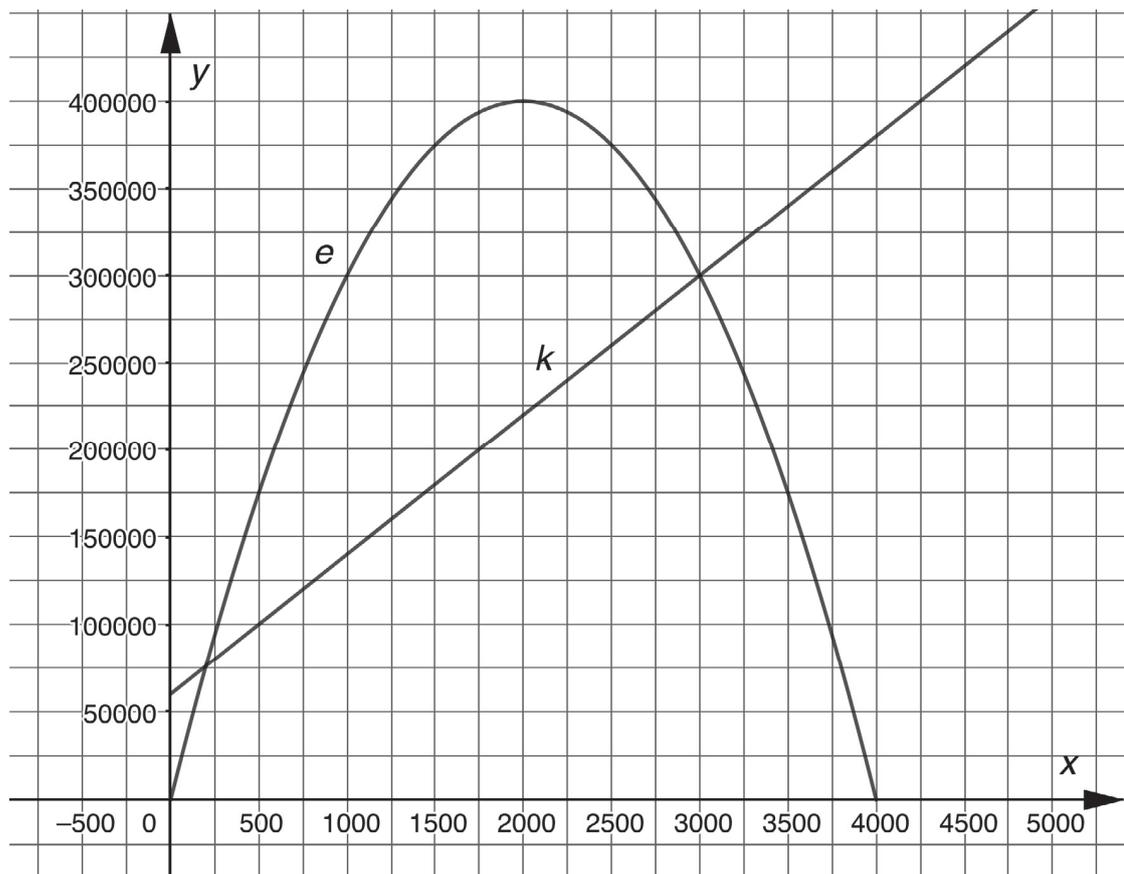
Entscheide, ob Lutz richtig gerechnet hat und **begründe** deine Entscheidung.

..... /2 P.

B3: Funktionen**Winterjacken**

Die Firma *Frosti* stellt Winterjacken her. Sie möchte ihren Gewinn vergrößern und untersucht deshalb, wie die Herstellungskosten und der Erlös von der produzierten und verkauften Stückzahl x abhängen. Die Kostenfunktion wird mit $k(x) = 80x + 60000$ und die Erlösfunktion mit $e(x) = 0,1x(4000 - x)$ beschrieben.

- (1) Die folgende Abbildung zeigt die Graphen der Kostenfunktion k und der Erlösfunktion e .



- a) **Lies ab**, wie viele Winterjacken bei Kosten von 400 000 € hergestellt werden können.

..... /1 P.

- b) **Gib an**, für welche Anzahl an verkauften Winterjacken der Erlös maximal ist.

..... /1 P.

- c) **Gib** den Erlös für 500 verkaufte Winterjacken **an**.

..... /1 P.

(2) Um Gewinn zu machen, muss der Erlös größer als die Kosten sein.

a) Markiere diesen Bereich auf der x -Achse.

..... /1 P.

b) Berechne, bei welchen Stückzahlen die Erlöse und die Kosten gleich sind.

..... /3 P.

(3) Um den Gewinn zu bestimmen, müssen bei gleicher Stückzahl die Kosten vom Erlös subtrahiert werden.

Bestimme den Gewinn für 2 000 Jacken.

..... /2 P.

Wahlteil zu B3

Du musst zwei der vier Wahlteile bearbeiten.

- (4) Um den Gewinn zu bestimmen, müssen die Kosten vom Erlös subtrahiert werden. Es entsteht die Gewinnfunktion mit $g(x) = e(x) - k(x)$.

- a) Bei der Umformung des Terms für $g(x)$ sind zwei Fehler passiert.

$$g(x) = 0,1x(4000 - x) - (80x + 60000)$$

$$g(x) = 4000x - 0,1x^2 - 80x + 60000$$

Erläutere die beiden Fehler.

..... /2 P.

- b) Die korrekte Funktionsgleichung lautet $g(x) = -0,1x^2 + 320x - 60000$.

Bestimme damit den maximalen Gewinn und die zugehörige Anzahl der verkauften Winterjacken.

..... /2 P.

- c) Die Firma möchte einen Gewinn von 115 000 € erzielen.

Berechne, wie viele Jacken die Firma verkaufen muss, um diesen Gewinn zu erzielen.

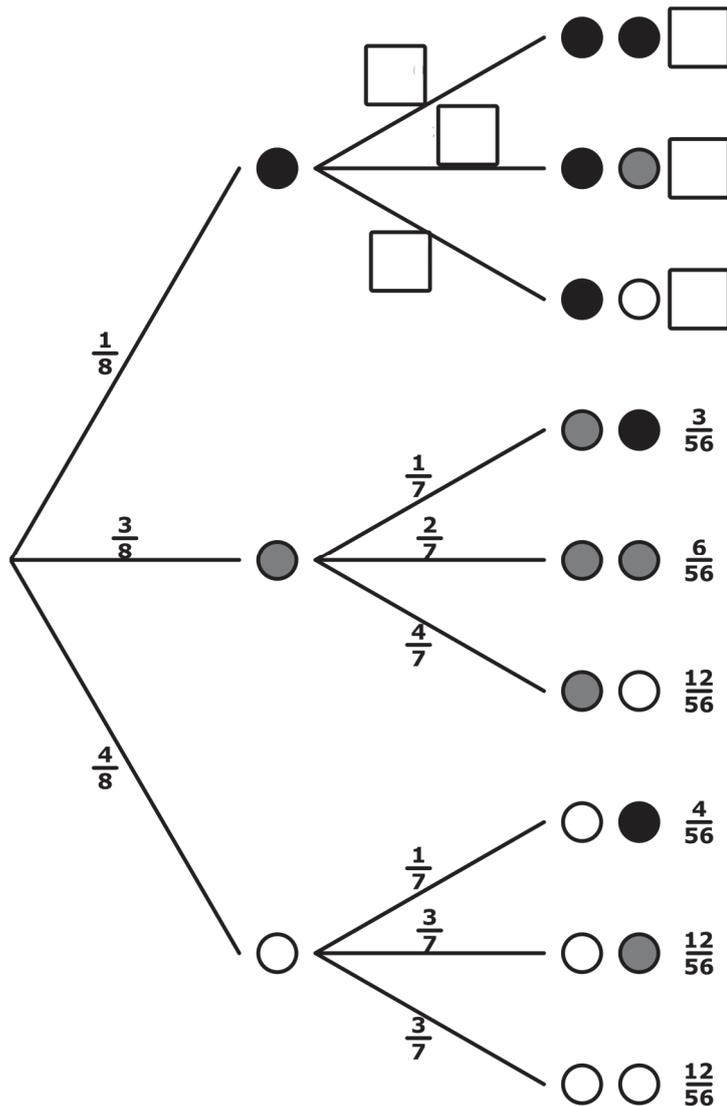
..... /2 P.

B4: Statistik und Wahrscheinlichkeit**Kugeln**

Bei einem Spiel sind eine schwarze, drei graue und vier weiße Kugeln in einer Schachtel. Es werden nacheinander zwei Kugeln gezogen. Dabei wird die zuerst gezogene Kugel nicht zurückgelegt.

Das Spiel ist gewonnen, wenn beide gezogenen Kugeln die gleiche Farbe haben.

(1) Kieron hat das Baumdiagramm dazu fast vollständig gezeichnet:



- a)** Petra bemängelt: „Das Baumdiagramm ist gar nicht fertig.“
Ergänze die fehlenden Wahrscheinlichkeiten in den Kästchen.

...../2 P.

- b) Erläutere**, warum die Nenner aller Brüche in der zweiten Stufe um eins niedriger sind als in der ersten Stufe.

...../1 P.

c) **Gib** die Wahrscheinlichkeit dafür **an**, das Spiel zu gewinnen.

..... /1 P.

d) Es fällt auf, dass Wahrscheinlichkeiten für zwei Kugeln verschiedener Farben gleich sind, egal welche der beiden Farben zuerst gezogen wurde. (Zum Beispiel Grau-Weiß oder Weiß-Grau)

Begründe, dass das immer so ist – unabhängig von der Anzahl der Kugeln in der Schachtel.

..... /2 P.

(2) Bei einem anderen Spiel wurde mit Hilfe einer Tabellenkalkulation simuliert.

	A	B	C	D	F	G	H	J	K	L	M	N
1	S	schwarze Kugel										
2	G	graue Kugel										
3	W	weiße Kugel										
4												
5		Startsituation			nach Ziehung 1			nach Ziehung 2				
6	Nr.	S	G	W	S	G	W	S	G	W	Ausgang	Gewinn?
7	1	1	2	3	1	2	2	0	2	2	(W,S)	nein
8	2	1	2	3	1	1	3	1	1	2	(G,W)	nein
9	3	1	2	3	1	1	3	0	1	3	(G,S)	nein
10	4	1	2	3	0	2	3	0	1	3	(S,G)	nein
11	5	1	2	3	1	2	2	1	2	1	(W,W)	ja
12	6	1	2	3	1	1	3	1	1	2	(G,W)	nein
13	7	1	2	3	1	2	2	0	2	2	(W,S)	nein
14	8	1	2	3	1	2	2	1	2	1	(W,W)	ja
15	9	1	2	3	1	2	2	0	2	2	(W,S)	nein
16	10	1	2	3	1	1	3	0	1	3	(G,S)	nein
17	11	1	2	3	1	1	3	1	1	2	(G,W)	nein
18	12	1	2	3	1	2	2	1	2	1	(W,W)	ja
19	13	1	2	3	1	2	2	1	1	2	(W,G)	nein
20	14	1	2	3	1	2	2	1	2	1	(W,W)	ja
21	15	1	2	3	0	2	3	0	2	2	(S,W)	nein
22	16	1	2	3	1	1	3	1	1	2	(G,W)	nein
23	17	1	2	3	1	2	2	1	1	2	(W,G)	nein
24	18	1	2	3	1	2	2	1	2	1	(W,W)	ja
25	19	1	2	3	1	2	2	0	2	2	(W,S)	nein
26	20	1	2	3	1	2	2	0	2	2	(W,S)	nein
27	21	1	2	3	0	2	3	0	2	2	(S,W)	nein
28	22	1	2	3	1	1	3	0	1	3	(G,S)	nein
29	23	1	2	3	1	2	2	1	2	1	(W,W)	ja
30	24	1	2	3	1	1	3	1	0	3	(G,G)	ja
31	25	1	2	3	1	1	3	1	1	2	(G,W)	nein
32	26	1	2	3	0	2	3	0	1	3	(S,G)	nein
33	27	1	2	3	1	1	3	1	1	2	(G,W)	nein
34	28	1	2	3	1	2	2	1	2	1	(W,W)	ja
35	29	1	2	3	1	1	3	1	1	2	(G,W)	nein
36	30	1	2	3	1	2	2	1	1	2	(W,G)	nein

a) **Gib an**, wie viele schwarze Kugeln beim zehnten Spiel nach der ersten Ziehung noch in der Schachtel waren.

..... /1 P.

b) **Berechne** den Prozentsatz der simulierten Spiele, bei denen keine graue Kugel gezogen wurde.

..... /2 P.

Wahlteil zu B4

Du musst zwei der vier Wahlteile bearbeiten.

(3) Es wird überlegt, für jedes Spiel Punkte zu vergeben:

- 0 Punkte für verschiedenfarbige Kugeln
- 1 Punkt für zwei weiße Kugeln
- 2 Punkte für zwei graue Kugeln

In 20 Spielen wurden nacheinander folgende Punktzahlen erzielt:

1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1

a) Berechne, wie viele Punkte durchschnittlich in diesen 20 Spielen erzielt wurden.

..... /1 P.

b) Yasmine hat im Mathematik-Unterricht gelernt, einen anderen Mittelwert als den Durchschnitt zu bestimmen. Er heißt „Median“. Dazu werden alle Zahlen der Größe nach sortiert aufgeschrieben. Bei einer geraden Anzahl von Spielen ist der Median der Durchschnitt der beiden Zahlen, die in der Mitte stehen.

Bestimme den Median für diese 20 Punktzahlen.

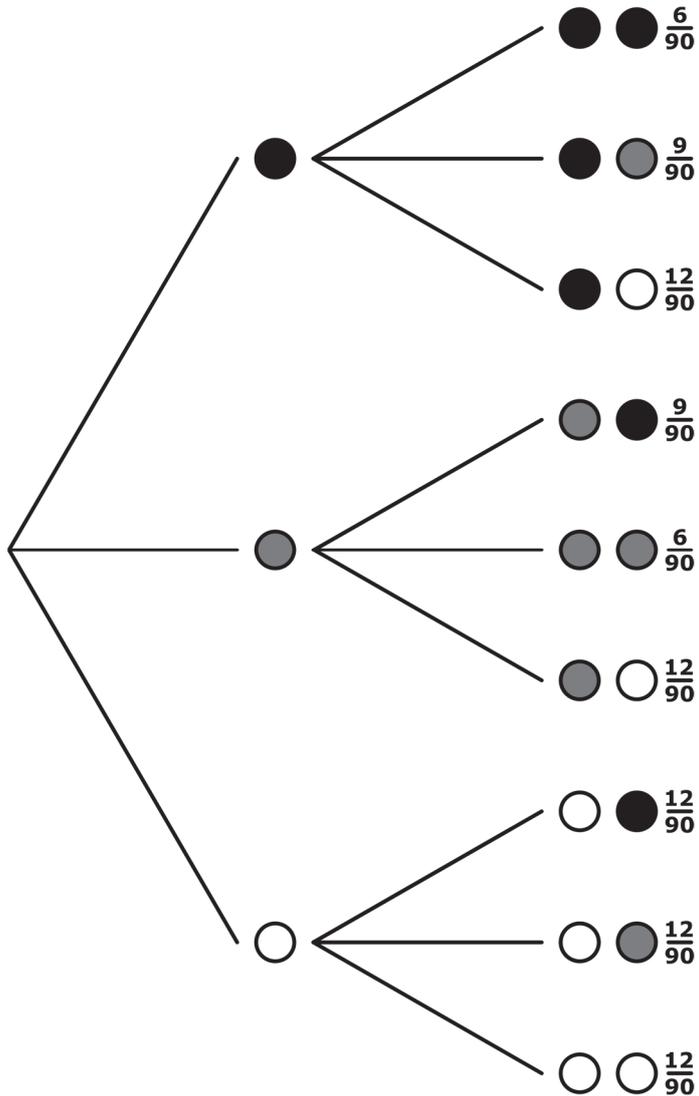
..... /1 P.

c) Bei einem anderen Spiel wurden folgende Werte ermittelt:
 Durchschnitt: 0,5
 Median: 0

Begründe, warum der Median in diesem Fall nicht aussagekräftig ist.

..... /2 P.

- (4) Für eine weitere Variante wurde ebenfalls ein Baumdiagramm angefertigt. Auch hierbei wurde die erste gezogene Kugel nicht wieder zurückgelegt.



Gib eine Möglichkeit für die Anzahlen der schwarzen, der grauen und der weißen Kugeln in der Schachtel an.

..... /2 P.

Bewertungsübersicht

	max. Punkte	erreichte Punkte
Heft 1	32	
Heft 2: B1	9	
Wahlteil ja <input type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/>	6	
Heft 2: B2	9	
Wahlteil ja <input type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/>	6	
Heft 2: B3	9	
Wahlteil ja <input type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/>	6	
Heft 2: B4	9	
Wahlteil ja <input type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/>	6	
Gesamtpunktzahl	80	

Bewertungsschlüssel MSA

Punkte	Prozente	Mittlerer Schulabschluss (Note)
72 - 80	≥90	1
60 - 71	≥75	2
48 - 59	≥60	3
36 - 47	≥45	4
18 - 35	≥22	5
17 - 0	<22	6